Szakmai érettségi tantárgyi vizsgakatalógus

Matematika

■ POKLICNA MATURA

A tantárgyi vizsgakatalógus a **2011**-es tavaszi vizsgaidőszaktól kezdve alkalmazható mindaddig, amíg új nem készül.

A katalógus érvényességét arra az évre, amelyben a jelölt érettségizik, a Szakmai érettségi tantárgyi vizsgakatalógus rögzíti.

Ljubljana 2009

Državni izpitni center

TARTALOM

1. BEVEZETŐ

A tantárgyi vizsgakatalógus azoknak a jelölteknek készült, akik a szakmai érettségi vizsgán a matematikát fogják harmadik tantárgyként választani. Segít azoknak a matematikatanároknak is, akik a jelölteket felkészítik a szakmai érettségi vizsgára.

A szakmai érettségi vizsgakatalógus az 1998. évi középiskolai technikus, ill. 385 órás szakmai képzés tantárgyi vizsgakatalógusán, a 2007. évi középiskolai 383–408 órás szakmai képzés Matematika tudáskatalógusán, a 2007. évi középiskolai szaktechnikusi 206–242 órás képzés Matematika tudáskatalógusán, valamint A szakmai érettségi vizsgáról szóló törvényen és Az érettségi vizsgáról szóló törvényen (ZMat–UPB1, Ur. l. RS, št. 1/07) alapul.

A matematika vizsga írásbeli és szóbeli részből áll.

A katalógus leírja a vizsga céljait, a vizsga szerkezetét, valamint a vizsga értékelését és osztályozását is. A tananyagot taglaló fejezet két részből áll. A lapok bal oldalán azokat a témákat és fogalmakat találjuk, amelyek a tanterv által előírt és a vizsgán ellenőrzött tananyagot határozzák meg. A jobb oldalon pedig azokat a célokat találjuk, amelyeknek ismeretét ellenőrizzük.

A katalógus tartalmazza a matematikai jelek listáját és a képleteket is, amelyek segíthetnek a jelöltnek a vizsgánál. Megad néhány vizsgafeladat-mintát is a megfelelő megoldásokkal, pontozásokkal és az értékelési utasításokkal együtt. A végén a különleges bánásmódot igénylő jelöltekre vonatkozó eljárásokat sorolja fel.

Külön rözgítve vannak azok a különbségek a 2011-gyes matematika szakmai érettségi vizsga szóbeli részére vonatkozóan, amelyek azokat a jelölteket érintik, akik 2004-ben és korábban iratkoztak a programokba.

2. A VIZSGA CÉLJAI

A vizsga felméri, hogyan képes a jelölt:

- a matematikai szövegeket olvasni, és az ilyen szöveget matematikai nyelvre fordítani,
- megérteni azokat az információkat, amelyek matematikai eszközökkel vannak kifejezve, és ezeket a megoldás keresésében alkalmazni,
- a matematikai szakterminológiát és szimbolikát alkalmazni,
- a matematikai feladatokat szisztematikusan, pontosan, önállóan, rendezetten felírni és megoldani,
- a matematikát mint kommunikációs eszközt alkalmazni,
- kimutatni a megértést, és alkalmazni a matematika alapvető fogalmait és a köztük lévő viszonyokat,
- megoldani a matematikai problémákat,
- kritikusan alkalmazni a megfelelő módot, valamint értelmezni és indokolni a megoldást,
- a matematikát alkalmazni a szak- és egyéb területeken,
- a technológiai eszközöket alkalmazni,
- az engedélyezett eszközöket alkalmazni.

3. A VIZSGA SZERKEZETE ÉS ÉRTÉKELÉSE

3.1 A VIZSGA SZERKEZETE

A matematika vizsga írásbeli és szóbeli részből áll. Az írásbeli rész egységes az összes jelölt számára, és a jelöltek Szlovénia-szerte ugyanabban az időben írják ezt meg. Az írásbeli és a szóbeli vizsga értékelése belső.

■ Írásbeli vizsga

A feladatlapot a matematika szakmai érettségi tantárgyi bizottsága állítja össze, ezen kívül elkészíti a moderált pontozót és az értékelési utasításokat is.

Feladatlap	Megoldási idő	A pontok száma	Az összosztályzat része
1	**120 perc**	**70**	**70%**
1. rész		(40)	(40%)
2. rész		(30)	(30%)

Az írásbeli vizsgán **engedélyezett eszközök**: töltőtoll, ill. golyóstoll, ceruza, radír, grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetőségét kizáró numerikus zsebszámológép, körző, háromszög (geoháromszög), vonalzó, szögmérő és trigonir (360°-os szögmérő).

A feladatlap két oldalnyi képletet is tartalmaz, amelyek segítenek a jelöltnek a feladatok megoldásában.

A jelöltek kötelesek a szerkesztési feladatok megoldásakor az alapvető geometriai eszközöket alkalmazni. Fontos, hohy a megoldás világosan és pontosan mutassa be az eredményhez vezető utat a részszámításokkal és a következtetésekkel együtt.

■ Szóbeli vizsga

A szóbeli vizsga kérdéseinek a listáját és a feladatlapjait az iskolában tanító tanárok állítják össze a tantárgyi vizsgakatalógus alapján. A listán elkülönítve vannak felsorolva az elméleti kérdések és a különféle, főoképpen a szakmai, ill. a mindennapi életbőlmerített szituációk. A szóbeli vizsga minden feladatlapja a következőket tartalmazza: 1 szituáció a szakterületről, ill. a mindennapi életből, valamint 3 elméleti kérdés, amelyek belőlük erednek, ill. hozzájuk kapcsolódnak. A kérdések felölelik a különféle matematikus viselkedéseket és a különféle témakörök céljait.

	Megoldási idő	A pontok száma	Az összosztályzat része
1 szituáció és 3 kérdés	**maximum 20 perc**	**30**	**30%**

A szóbeli vizsgán **engedélyezett eszközök**: töltőtoll, ill. golyóstoll, ceruza, radír, körző, háromszög (geoháromszög), vonalzó, szögmérő és trigonir (360°-os szögmérő) és egy technológiai segédeszköz (grafikus képernyővel rendezett zsebszámológép vagy egy számítógép a megfelelő szoftverrel), amellyel a jelölt megismerkedett a matematika tanítása során és amelyet a matematika aktívának a tanárai jóváhagyták az iskolában.

A jelöltnek a szóbeli vizsgán joga van egy 15 perces felkészüléshez.

3.2 FELADATFAJTÁK ÉS ÉRTÉKELÉSÜK

Vizsga	Feladatfajták	A feladatok értékelése
a feladatlap 1. része	9 rövidebb feladat	5 feladat 4 pontot ér, 4 feladat pedig 5 pontot
a feladatlap 2. része	3 összetett (választható) feladat, amelyekből a jelölt kettőt kiválaszt, és megoldja őket	minden feladat 15 pontot ér
Szóbeli vizsga	Egy szakmai helyzet vagy a mindennapi élet egy szituációja, és 3 olyan kérdés, amelyek ebből a helyzetből következnek, ill. ehhez kapcsolódnak.	A teljes helyzet a kérdésekkel együtt 30 pontot ér, ebből legalább 10 pont a helyzetre, valamint az elmileti kérdéseknek a helyzethez kapcsolására, és a megfelelő techológiai segédeszközök használatára.
	Azok a jelöltek, akik 2004-ben és korábban iratkoztak a programokba, a 2011-es szakmai éretségi szóbeli vizsgáján a kérdések listájából felelhetnek 3 kérdésre. Mind a három kérdés 10 pontot ér. A technológiai segédeszközök közül csak a grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetősége nélküli numerikus zsebszámológépet lehet használni.	

4. A VIZSGÁN ELLENŐRZÖTT TARTALMAK

TARTALMI EGYSÉGEK

- Számhalmazok
- Geometria
- Algebrai függvények és egyenletek
- Transzcendens függvények és egyenletek
- Sorozatok és kamatoskamat-számítás
- Adatfeldolgozás (statisztika a 2004. évig elfogadott programok számára)
- Differenciálszámítás (csak a 2004. év után elfogadott programok számára)
- A valószínűségszámítás alapjai (csak a 2004. év után elfogadott programok számára)

■ Számhalmazok

■ TARTALOM, FOGALMAK	■ CÉLOK
Természetes számok, egész számok, racionális számok és valós számok Az alapműveletek tulajdonságai az egyes számhalmazokban. Oszthatóság az $\mathbb{N}$-ben és a $\mathbb{Z}$-ben. Természetes és egész kitevőjű hatványok. Prímszámok és összetett számok. Az oszthatóság szabályai. Többszörösök és osztók.	• Műveletek végzése természetes, egész, racionális és valós számokkal, a számtani műveletek azonosságainak alkalmazása. • A természetes és az egész számok többszörösének és osztójának meghatározása. • Műveletek végzése természetes és egész kitevőjű hatványokkal, az azonosságok alkalmazása. • Az egyenletek és egyenlőtlenségek megoldására való szabályok ismerése. • Képessek megoldani egyszerű egyenleteket és egyenlőtlenségeket.
Kifejezések. Az egyenlőség és az egyenlőtlenség tulajdonságai. A maradékos osztás alaptétele. A legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös Racionális számok és valós számok Törtek. Rendezettség, egyenlőségek, egyenlőtlenségek és tulajdonságok. Felírás tizedes törttel. Arányok, részek, százalékok.	• Műveletek végzése algebrai kifejezésekkel (a kéttagú algebrai kifejezés hatványozása, a négyzetek különbségének tényezőkre bontása, a köbök különbségének és összegének tényezőkre bontása, Vièta tételének alkalmazása). • Az oszthatósági és a rendezettségi reláció ismerete. • A maradékos osztás alaptételének ismerete és alkalmazása. • A prímszámok és az összetett számok ismerete. • Az adott szám felírása prímtényezők szorzataként. • A legnagyobb közös osztó meghatározása. • A legkisebb közös többszörös meghatározása.

	• Annak megállapítása, hogy: osztható-e az adott szám 2-vel, 3-mal, 5-tel, 9-cel és 10-zel. • Műveletek végzése törtekkel és algebrai törtekkel. • Racionális szám felírása tizedes törttel. • A periodikus tizedes törtek felírása redukált tört alakban. • A százalékszámítás alkalmazása. • A rész, az alap és a relatív rész kiszámítása. • A következtetési számítás alkalmazása.
Számegyenes. Intervallumok. Irracionális számok. Irracionális szám felírása tizedes tört alakban. Rendezettség az $\mathbb{R}$-ben (a valós számok halmazában). A négyzetgyök és a köbgyök. Kerekítés. A szám abszolút értéke és tulajdonságai.	• Valós számok bemutatása a számegyenesen (a valós tengely) pontokként vagy intervallumokként. • Kerekítés. • Az eredmény megbecslése. • Gyökvonás négyzet- és köbgyökkel. • A részleges gyökvonás és a nevezők gyöktelenítése. • Egyszerűbb abszolút értékes kifejezéseket tartalmazó egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása.
Racionális kitevőjű hatványok.	• Műveletek végzése racionális kitevőjű hatványokkal. • Műveletek végzése gyökökkel.

Geometria

TARTALOM, FOGALMAK	CÉLOK
Síkmértan	
Alapvető mértani fogalmak. Pontok és egyenesek a síkban és a köztük lévő kapcsolatok. Távolság, szakasz, szakaszhordozó egyenes, a szakasz felezőmerőlegese, félegyenes, szög. Háromszög, kör, sokszög. A derékszögű háromszögre vonatkozó tételek. Egybevágóság. Hasonlóság. A hegyesszögek szögfüggvényei.	• Az egyenes, a félegyenes, a szakasz, a szakaszfelező merőleges, a szög, a kör és a körvonal, a körív, a szelő és az érintő ábrázolása. • A háromszög típusainak megkülönböztetése az oldalak és a szögek szerint. • A különböző szögtípusok ismerete (mellékes szögek, csúcsszögek, hegyesszögek, társszögek, …). • Számítás végzése szögekkel. • A háromszögek egybevágósági definíciójának ismerete és alkalmazása. • A háromszögek egybevágósági alaptételeinek alkalmazása. • A szögmértékek egységeinek ismerete, valamint a fokok átváltása radiánba és fordítva. • A háromszög, a paralelogramma és a trapéz tulajdonságainak alkalmazása a számítási és a szerkesztési feladatokban. • A Pitagorasz-tétel alkalmazása

- A síkidomok szerkesztése (szerkesztési feladatok).
- A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör rajzolása.
- A körérintő szerkesztése (a kör tetszőleges pontjában, a kör tetszőleges külső pontjából).
- Az átmérőn levő kerületi szög tulajdonságainak ismerete és alkalmazasa
- A háromszögek hasonlósági definíciójának ismerete és alkalmazása..
- A deékszögű háromszög hegyesszög szögfüggvényeiinek ismerete és alkalmazása.

Területek

A paralelogramma, a háromszög, a trapéz, a deltoid és a kör területe.

Szinusztétel.

Koszinusztétel.

- A területek mérésére szolgáló egységek ismerete.
- A paralelogramma, a háromszög, a trapéz, a deltoid, a kör és a körcikk területének kiszámítása.
- A szinusztétel alkalmazása.
- koszinusztétel alkalmazása.
- A síkidom kerületének ismerete és kiszámítása, a körív hosszának kiszámítása.
- A síkidom köré és a síkidomba írt kör területének, oldalának, szögének, kerületének, magasságának, sugarának kiszámítása a megfelelő adatokból.

Felszínek és térfogatok

Az egyenes hasáb, a körhenger, a gúla, a körkúp és a gömb felszíne és térfogata.

- Az egyenes testek (hasáb, körhenger, gúla, körkúp) és a gömb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása.
- Az adott test magasságának, oldalélének, alapélének, átlójának, palástjának, a tengelymetszet területének, a felszínének és a térfogatának kiszámítása a test megfelelő adataiból.
- A geometriai testek élei, ill. lapjai által bezárt szögek kiszámítása.

■ Algebrai függvények és egyenletek

■ TARTALOM, FOGALMAK	■ CÉLOK
Lineáris függvény	
A derékszögű koordináta-rendszer a síkban. Ponthalmazok a síkban. Két pont távolsága. Az $x \mapsto kx+n$ lineáris függvény. Az egyenes egyenlete. Lineáris egyenlet és lineáris egyenlőtlenség. Lineáris egyenletrendszer.	• Egyszerű ponthalmazok szemléletetése a síkban • Két pont távolságának kiszámítása a síkban. • A lineáris függvény grafikonjának ábrázolása. • A k és az n konstansok jelentőségének ismerete. • A függvény zérushelyének és kezdőértékének meghatározása. • Az egyenesek egyenletének felírása explicit, implicit és tengelymetszetes alakban a síkban. • Lineáris egyenletek megoldása • Lineáris egyenlőtlenségek megoldása. • Két és három lineáris egyenlet egyenletrendszerének megoldása. • Egy szöveges feladat megoldása lineáris egyenlet s és egy kétismeretlenes egyenletrendszer egítségével.
Másodfokú függvény	
A másodfokú függvény: $x \mapsto ax^2+bx+c$ Diszkrimináns. A másodfokú függvény tengelypontja, gyökei és grafikonja. A másodfokú egyenlet. A másodfokú függvény és egyenlet alkalmazása. A másodfokú egyenlőtlenség.	• A másodfokú függvény felírása különböző adatok alapján. • A másodfokú függvény tengelypontjának, gyökeinek, az ordinátatengellyel való metszéspontjának kiszámítása és grafikonjának ábrázolása.. • A másodfokú függvény felírása tengelyponti (csúcsponti), általános és gyöktényezős alakban, valamint az alakok közti átalakítások. • A másodfokú egyenletek megoldása, különböző feladatok megoldása, amelyek a másodfokú egyenletre vonatkoznak. • A parabola és az egyenes metszéspontjának kiszámítása, két parabola metszéspontjának kiszámítása. • Szöveges feladatok megoldása a másodfokú egyenlet alkalmazásával. • A másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
Hatványfüggvény, polinomok és racionális törtfüggvények	
Hatványfüggvény. Valós együtthatós polinomok. A polinom zérushelyei (gyökei). Horner-séma. A polinom grafikonja. Racionális törtfüggvények.	• Egész kitevőjű hatványfüggvény grafikonjainak ábrázolása. • A polinom szorzattá alakítása. • A polinom gyökeinek kiszámítása. • A Horner-algoritmus alkalmazása. • A polinom grafikonjának ábrazolása. • A polinomfüggvény egyenletének felírása megadott adatokból.

Racionális egyenletek és egyenlőtlenségek.	• A $p(x) > 0, p(x) < 0, p(x) \geq 0$ és a $p(x) \leq 0$ egyenlőtlenségek megoldása. • A racionális törtfüggvény definíciójának és egyenletének ismerete. • A gyökök, a pólusok és a vízszintes aszimptota meghatározása. • Az adott racionális törtfüggvény grafikonjának ábrázolása. • Racionális egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása.

Transzcendens függvények és egyenletek

TARTALOM, FOGALMAK	CÉLOK
Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény	
Az exponenciális függvény: $f(x) = a^x, a > 0, a \neq 1$ Az exponenciális függvény tulajdonságai és grafikonja. Exponenciális egyenlet. Logaritmus. Áttérés más alapra. Logaritmusfüggvény. A logaritmusfüggvény tulajdonságai és grafikonja. Logaritmikus egyenlet.	• Az exponenciális és a logaritmusfüggvény grafikonjának ábrázolása (eltolás és nyújtás nélkül). • Egyszerű exponenciális függvényeket tartalmazó egyenletek megoldása (közös alap, közös tényező kiemelése). • A logaritmus definíciójának elsajátítása. • A logaritmus azonosságainak alkalmazása. • Egyszerű logaritmikus egyenletek megoldása (zsebszámológéppel is). • A zsebszámológép alkalmazása a más alapú logaritmusra való áttérés esetén. • A tízes alapú és a természetes logaritmus ismerete.
Szögfüggvények	
Szögfügvények. A szögfüggvények definíciója: $f(x) = \sin x$ $f(x) = \cos x$ $f(x) = \operatorname{tg} x$ A szögfüggvények tulajdonságai. Addiciós tételek. A szögfüggvények grafikonjai.	• A szögfüggvények definícióinak ismerete és alkalmazásaj. • Az $f(x) = A \sin ax, f(x) = A \cos ax$ és az $f(x) = \tan x$ függvények grafikonjainak ábrázolása. • A zérushelyek, a maximumok és a minimumok abszcisszáinak kiszámítása. • Az egyes szög, valamint a társ- és a pótszögek szögfüggvényei közti összefüggések alkalmazása. • A szinusz, koszinusz és tangens szögfüggvények periódusosságának, páratlanságának és párosságának alkalmazása, valamint az addiciós tételek alkalmazása. • Két egyenes hajlásszögének kiszámítása.

■ Sorozatok

■ TARTALOM, FOGALMAK	■ CÉLOK
Az $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ sorozat definíciója. A sorozatok tulajdonságai (növekedés, csökkenés (fogyás), korlátozottság). A számtani sorozat és a mértani sorozat. A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összege. Kamatszámítás és kamatoskamat-számítás.	• Az adott sorozat tulajdonságainak meghatározása (növekedés, csökkenés (fogyás), korlátozottság) • A sorozat grafikonjának ábrázolása. • A számtani és a mértani sorozat definíciójának elsajátítása. • A számtani sorozat első n tagja összegének kiszámítása. • A mértani sorozat első n tagja összegének kiszámítása. • A kamatszámítás és a kamatoskamat-számítás ismerete és megkülönböztetése. • A tőke végső értékének és a kamatozás idejének kiszámítása.

■ Adatfeldolgozás (statistika)

■ TARTALOM, FOGALMAK	■ CÉLOK
Statisztikai alapfogalmak. Az adatok rendezése és csoportosítása. Az adatok szemléltetése. Középérték (számtani közép).	• A statisztikai alapfogalmak alkalmazása (populáció, statisztikai egység, minta, statisztikai változó). • Az adatok rendezése. • Az abszolút és a relatív frekvencia fogalmának alkalmazása. • Az adatok grafikus szemléltetése (a relatív gyakoriság hisztogramja, poligonja és kördiagramja). • A középérték meghatározása (modus, mediális érték, számtani közép).

Csak a 2004. után elfogadott programok számára(a szóbeli vizsgára), a két alábbi témakör is

■ Differenciálszámítás

■ TARTALOM, FOGALMAK	■ CÉLOK
A függvény deriváltja. A derivált és a függvény helyi viselkedése.	• Az elemi és az összetett függvények deriválási szabályainak alkalmazása. • A függvények tulajdonságainak vizsgálata a derivált segítségével. • A függvénygrafikon érintőjének meghatározása egy adott pontban. • Egyszerű extrémum tullajdonságú problémák megoldása.

■ A valószínűségszámítás alapjai

■ TARTALOM, FOGALMAK	■ CÉLOK
A kombinatorika alapjai. A véletlen esemény valószínűsége.	• A kombinatorika alapvető törvényének ismerete és alkalmazása. • Az ismétlés nélküli permutációk, az ismétlés nélküli kombinációk és az ismétlés nélküli variációk és az ismétléses variációk felismerése, számuk kiszámítása. • A véletlen esemény valószínűségének kiszámítása.

5. A KÜLÖNLEGES BÁNÁSMÓDOT IGÉNYLŐ JELÖLTEKRE VONATKOZÓ ELJÁRÁSOK

Az érettségi vizsgáról szóló törvény 4. szakasza és a szakmai érettségi számára készült érettségi vizsgakatalógusnak a különleges bánásmódot igénylő jelöltekre vonatkozó fejezete kimondja, hogy a különleges bánásmódot igénylő jelöltek részére, akiket hivatalos végzés alapján irányítottak az egyes képzési programokba, indokolt esetekben pedig más jelöltek számára is (sérülés, betegség esetén), figyelembe véve hiányosságuk, korlátaik, zavaruk fajtáját és fokát, módosítani kell az érettségi vizsga lebonyolításának és tudásuk értékelésének módját.

6. MELLÉKLETEK

6.1 MATEMATIKAI JELEK

■ Halmazok

$\in$	eleme
$\notin$	nem eleme
$\{x_1, x_2, \ldots\}$	az x_1, $x_2 \ldots$ elemek halmaza
$\{x; \ldots\}$	minden olyan x halmaza, hogy …
$\varnothing$	üres halmaz
$\mathbb{N}$	a természetes számok halmaza
$\mathbb{N}_0$	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
$\mathbb{Z}$	az egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^+$	a pozitív egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^-$	a negatív egész számok halmaza
$\mathbb{Q}$	a racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^+$	a pozitív racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^-$	a negatív racionális számok halmaza
$\mathbb{R}, (-\infty, \infty)$	a valós számok halmaza
$\mathbb{R}^+, (0, \infty)$	a pozitív valós számok halmaza
$\mathbb{R}_0^+, [0, \infty)$	a nemnegatív valós számok halmaza
$\mathbb{R}^-, (-\infty, 0)$	a negatív valós számok halmaza
$\cup$	egyesítés
$\cap$	metszet
$\setminus, -$	a halmazok különbsége
$[a, b]$	zárt intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a \le x \le b\}$
$[a, b), [a, b[$	intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a \le x < b\}$
$(a, b],]a, b]$	intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a < x \le b\}$
$(a, b),]a, b[$	nyílt intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$

■ Relációk és műveletek

(a,b)	rendezett pár
$=$	egyenlő
$\neq$	nem egyenlő
$\doteq$	közelítőleg egyenlő
$<$	kisebb
$\leq$	kisebb vagy egyenlő
$>$	nagyobb
$\geq$	nagyobb vagy egyenlő
$+$	plusz (összeadás)
$-$	mínusz (kivonás)
$\cdot$	-szor, -szer, -ször (szorzás)
:	osztva (osztás)
$a \vert b$	a osztója b -nek
$D(a,b)$	az a és a b szám legnagyobb közös osztója
$v(a,b)$	az a és a b szám legkisebb közös többszöröse
Σ	összegezés (szumma) jele
$\vert a \vert$	az a szám abszolút értéke

■ Geometria

$d(A,B)$	az A és B pont távolsága
$\vert AB \vert$	az AB szakasz hossza
$\sphericalangle$	szög
$\triangle$	háromszög
$\vert\vert$	párhuzamos
$\perp$	merőleges
$\cong$	egybevágó
$\sim$	hasonló
$A(x,y)$	az x és y koordinátájú A pont
S, p	terület
V	térfogat
P	felszín
R	a háromszög köré írt kör sugara
r	a háromszögbe írt kör sugara

■ Függvények

f	f függvény
$f : A \to B$	az A halmazt a B halmazba leképező függvény (leképezés)
$x \mapsto f(x)$	az x elemhez $f(x)$ -t rendeljük
D_f	az f függvény értelmezési tartománya
Z_f	az f függvény értékkészlete
$f\,' = \dfrac{df}{dx}$	az f függvény (első) deriváltja

■ Adatfeldolgozás statistika)

$\overline{x}, \mu$	középérték

■ Kombinatorika. Valószínűségszámítás.

P_n	egy n elem ismétlés nélküli permutációinak száma
$n!$	n faktorális
V_n^r	egy n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli variációinak száma
${}^{(p)}V_n^r$	egy n elem r -ed osztályú ismétlés variációinak száma
$\binom{n}{k}$	Binomális együttható (k felett n)
$C_n^r = \binom{n}{r}$	egy n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli kombinációinak száma
G	biztos esemény
N	lehetetlen esemény
$E_1,\ E_2,\ E_3,\ \ldots$	elemi események
$A\,'$	az A esemény ellentétes eseménye
$A \cup B$	az A és a B események összege
$A \cap B,\ A \cdot B$	az A és a B események szorzata
$A \setminus B$	az A és a B események különbsége
$A \subset B$	az A esemény maga után vonja a B eseményt (egy A esménynek egy B esemény a következménye)
$P(A)$	az A esemény valószínűsége

6.2 A FELADATLAPHOZ MELLÉKELT KÉPLETEK

1. A derékszögű koordináta-rendszer a síkban, a lineáris függvény

- **Két pont távolsága a síkban:** $d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- **Lineáris függvény:** $f(x)=kx+n$
- **A lineáris függvény iránytényezője:** $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
- **Az egyenes hajlásszöge:** $k=\tan\varphi$
- **Két egyenes hajlásszöge:** $\tan\varphi=\left|\dfrac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2}\right|$

2. Síkbeli mértan (a síkidomok területe S-sel van jelölve)

- **Háromszög:** $S=\dfrac{c\cdot v_c}{2}=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$

  $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s=\dfrac{a+b+c}{2}$
- **A háromszög köré írható kör sugara** (R) **és a háromszögbe írható kör sugara** (r)**:**

  $R=\dfrac{abc}{4S}$, $r=\dfrac{S}{s}$, $\left(s=\dfrac{a+b+c}{2}\right)$
- **Egyenlő oldalú háromszög:** $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4},\quad v=\dfrac{a\sqrt{3}}{2},\quad r=\dfrac{a\sqrt{3}}{6},\quad R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, rombusz:** $S=\dfrac{e\cdot f}{2}$
- **Trapéz:** $S=\dfrac{a+c}{2}\cdot v$
- **Paralelogramma:** $S=ab\sin\alpha$
- **Rombusz:** $S=a^2\sin\alpha$
- **A körív hossza:** $l=\dfrac{\pi r\alpha^\circ}{180^\circ}$
- **A körcikk területe:** $S=\dfrac{\pi r^2\alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Szinusztétel:** $\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}=\dfrac{c}{\sin\gamma}=2R$
- **Koszinusztétel:** $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S az alaplap területe)

- **Hasáb:** $P=2S+S_{pl}$, $V=S\cdot v$
- **Henger:** $P=2\pi r^2+2\pi rv$, $V=\pi r^2 v$
- **Gúla:** $P=S+S_{pl}$, $V=\dfrac{1}{3}S\cdot v$
- **Kúp:** $P=\pi r(r+s)$, $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 v$
- **Gömb:** $P=4\pi r^2$, $V=\dfrac{4\pi r^3}{3}$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$
- $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$
- $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$
- $\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

5. Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ **Tengelypont:** $T(p,q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$
- $ax^2 + bx + c = 0$ **Zérushelyek ill. gyökök:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Sorozatok

- **Számtani sorozat:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Mértani sorozat:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Kamatszámítás:** $G_n = G_0 + o$, $o = \frac{G_0 n \cdot p}{100}$
- **Kamatoskamat-számítás:** $G_n = G_0 r^n$, $r = 1 + \frac{p}{100}$

8. Adatfeldolgozás (statistika)

- **Középérték (számtani közép):**

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}$$

$$\overline{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + ... + f_k x_k}{f_1 + f_2 + ... + f_k}$$

6.3 A VIZSGAFELADATOK MINTÁI

Magyarázat: az (1*)-gyel jelölt pont eljárási pont. A jelölt akkor kapja meg, ha felírta (alkalmazta) a helyes eljárást, de hiba vagy hibás adatok miatt az eredmény nem helyes.

1. SZÁMHALMAZOK

1. Egyszerűsítse a kifejezést:

$$\left(a-\frac{3a+1}{4}\right)\cdot\frac{8}{a^2-1}.$$

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

A zárójelekben levő kifejezésnek egyszerűsítése: $\frac{a-1}{4}$ .... (1* + 1) 2 pont

A kifejezés tényezőkre való bontása: $a^2-1=(a-1)(a+1)$ .... 1 pont

Megoldás: $\frac{2}{a+1}$ .... 1 pont

2. Adottak a $75, 1024, 1782, 3240$ és 5052 temészetes számok. Keresse meg annak a két számnak a legnagyobb közös osztótját, amelyek oszthatók 5-tel.

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

Az a megállapítás, hogy a 75 és a 3240 számok oszthatók 5-tel. .... 1 pont

A számok felírása primsuzám alapú hatványok szorzataként:

$75=3\cdot 5^2$, $3240=2^3\cdot 3^4\cdot 5$ .... (1 + 1*) 2 pont

Megoldás: $D(75,3240)=15$ .... 1 pont

3. Az autó induló ára először 20 %-kal növekedett, majd 25 %-kal csökkent. Számíitsa ki az autó induló árát, ha a végső ára 18090 euró.

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

Az egyenlet felírásda: $x\cdot 1{,}20\cdot 0{,}75=1809$ euró .... (1* + 1 + 1) 3 pont

Megoldás: $x=20100$ euró .... 1 pont

2. GEOMETRIA

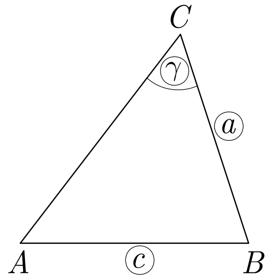
2.1 Síkmértan

1. Szerkessze meg és jelölje az ABC háromszöget az $a = 5$ cm, c=8 cm és $\gamma = 60^\circ$ adatokkal. Készítsen ábrát is!

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

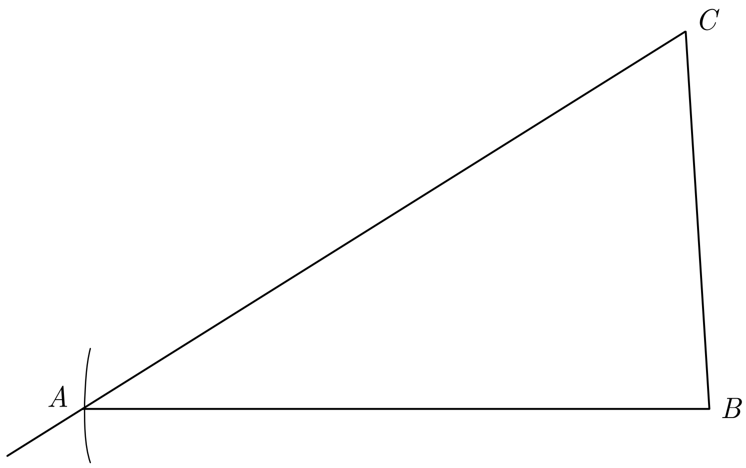
Ábra .... 1 pont



Az a oldal és a γ szög szerkesztése .... 1 pont

Az adott A ponttal való háromszög szerkesztése, látható a körív.................... 1 pont

A kijelölt ABC háromszög .... 1 pont



Tolerancia: a hosszúságokra $\pm 2\,\mathrm{mm}$ és a szögekre $\pm 2^\circ$.

2. Az egyenlő szárú háromszög szára $6,5\ \mathrm{cm}$, az alapélre való magasság pedig $5,2\ \mathrm{cm}$. Számítsa ki a háromszög teületét.

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

A Pitagorász-tétel alkalmazása, pl.: $\left(\frac{c}{2}\right)^2 = 6,5^2 - 5,2^2$ .... 1 pont

Az alapél kiszámítása, pl..: $c = 7,8\ \mathrm{cm}$ .... 1 pont

A háromszög területére vonatkozó képlet alkalmazása, pl.: $S = \dfrac{7,8 \cdot 5,2}{2}$ .... 1 pont

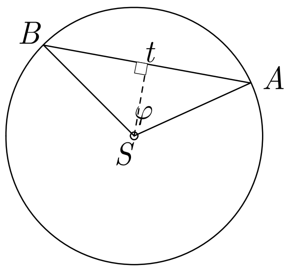
Megoldás: $S = 20,28\ \mathrm{cm}^2$ .... 1 pont

3. Számítsa ki a $6\ \mathrm{cm}$ -es sugarú körben a 120° -os középponti szöghöz tartozó húr hosszúságát! Rajzolja meg az ábrát!

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

Ábra .... 1 pont



1. mód

A koszinusztétel figyelembevétele, pl.:

$$|AB|^2 = |AS|^2 + |BS|^2 - 2 \cdot |AS| \cdot |BS| \cdot \cos\varphi$$ .... 1 pont

Megoldás: $|AB| = 6\sqrt{3}\ \mathrm{cm}$ vagy $t \doteq 10{,}4\ \mathrm{cm}\,(10{,}39\ \mathrm{cm})$ .... (1*+1) 2 pont

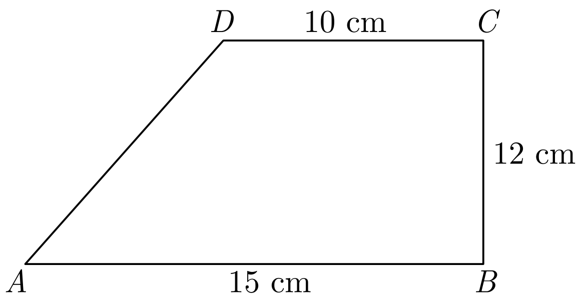
2. mód

$$\frac{t}{2} = |AS| \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$ .... 1 pont

Megoldás: $t = 6\sqrt{3}\ \mathrm{cm}$ ali $t \doteq 10{,}4\ \mathrm{cm}\,(10{,}39\ \mathrm{cm})$ .... (1*+1) 2 pont

2.2 Területek

1. Számítsa ki az ábrán levő síkidom kerületét és területét!



(5 pont)

Megoldás és pontozás:

A trapéz területe: $S = 150\ \mathrm{m}^2$ ....(1*+1) 2 pont

Az oldal kiszámítása: $|AD| = 13\ \mathrm{m}$ ....(1*+1) 2 pont

A trapéz kerületének a kiszámítása: $o = 50\,\mathrm{m}$ .... 1* pont

2.3 Felszínek és térfogatok

1. A papírlap téglalap alakú, az oldalai $15\ \mathrm{cm}$ és $10\ \mathrm{cm}$ hosszúak.

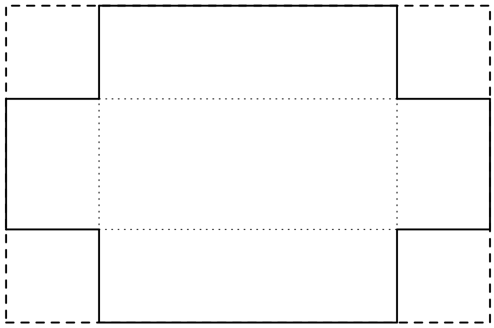
(Összesen 15 pont)

a) Ezt a papírlapot henger palástjává formálunk úgy, hogy a téglalap rövidebb oldala a henger magassága lesz. Számítsa ki cm^3 potossággal a henger térfogatát!

(5 pont)

b) A téglalap csúcsaiból kivágtunk $3\ \mathrm{cm}$ oldalú négyzeteket, ahogy ez az ábrán látható. Így egy fedél nélküli doboz hálóját kaptuk. Határozza meg a doboz éleinek hosszát, és számítsa ki a doboz térfogatát!

(5 pont)



c) Számítsa ki, a doboz felszínének hány százalékát teszi ki a doboz alsó lapjának (fenekének) a területe!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 5 pont

A henger alaplapja sugarának kiszámítása: $r \doteq 2,387\ \mathrm{cm}$ .... (1*+1) 2 pont

A henger térfogatának kiszámítása:, pl.: $V \doteq 179,047\ \mathrm{cm}^3$ .... (1*+1) 2 pont

Az eredmény kerekítése: $V \doteq 179\ \mathrm{cm}^3$ .... 1 pont

b) 5 pont

A doboz éleinek meghatározása: $9\ \mathrm{cm},\ 4\ \mathrm{cm},\ 3\ \mathrm{cm}$, mindegyik 1 pont, összesen .... 3 pont

A térfogat kiszámítása: $V = 108\,\mathrm{cm}^3$ .... (1*+1) 2 pont

c) 5 pont

A doboz felszínének kiszámítása: $P = 114\ \mathrm{cm}^2$ .... (1*+1) 2 pont

A doboz feneke: $S = 36\ \mathrm{cm}^2$ .... 1 pont

Százalék: $p \doteq 32\ \%\ (31,6\ \%\ \text{vagy}\ 31,57\ \%)$ .... (1*+1) 2 pont

2. Egy egyenes henger alakú hordó térfogata 500 liter, és félig meg van töltve kőolajjal. A hordó függőleges helyzetében a kőolaj színtje $0,6\ \mathrm{m}$ -rel van a hordó alaplapja felett.

(15 pont)

a) Rajzolja meg a henger ábráját, majd számítsa ki az alaplap sugarát .

(8 pont)

b) Milyen magassan van a föld felett a köolaj színtje, amikor a hardót fekfő helyzetbe hozzuk a vízszintes felületen?

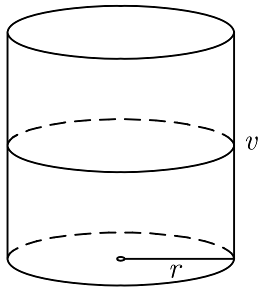
(2 pont)

c) Hány dm^2 bádog szükséges ahhoz, hogy ilyen hordót készíthessünk?

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 8 pont



Ábra .... 1 pont
A térfogat átalakítása, pl.: $V = 500000\ \mathrm{cm}^3$ .... 1 pont
A magasság átalakítása és kiszámítása, pl.: $v = 120\ \mathrm{cm}$ .... (1* + 1) 2 pont
A képlet használata, pl.: $V = \pi r^2 \cdot v$ .... 1 pont
A sugár kiszámítása .... (1*+1) 2 pont
Megoldás: $r = 36{,}4\ \mathrm{cm}$ .... 1 pont

b) 2 pont

Megoldás: $d = r = 36{,}4\ \mathrm{cm}$ .... 1 pont
Válaszr: Ha a hordót fekvő helyzetbe hozzuk a vízszíntes felületen, a kőolaj színtje
$36{,}4$ cm-rel van a föld felett.. .... 1 pont

c) 5 pont

A képlet használata és a hordó felszínére vonatkozó adatok beillesztése:
$P = 2 \cdot \pi \cdot 36{,}4^2 + 120 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 36{,}4$ .... (1* + 1) 2 pont
Megoldás: $P = 35778\ \mathrm{cm}^2$ .... 1 pont
Átalakítás: $P = 358\ \mathrm{dm}^2$ .... 1 pont
Válasz: Egy ilyen hordó készítéséhez $358\ \mathrm{dm}^2$ bádog szükséges. .... 1 pont
Megjegyzés: Minden olyan megoldást figyelembe veszünk, amely helyes kerekítéssel kapható meg.

3. ALGEBRAI FÜGGVÉNYEK ÉS EGYENLETEK

3.1 Lineáris függvény

1. Oldja meg az egyenletrendszert!

$$\frac{x}{3} + 2y = 4$$

$$\frac{x}{2} + y = 2$$

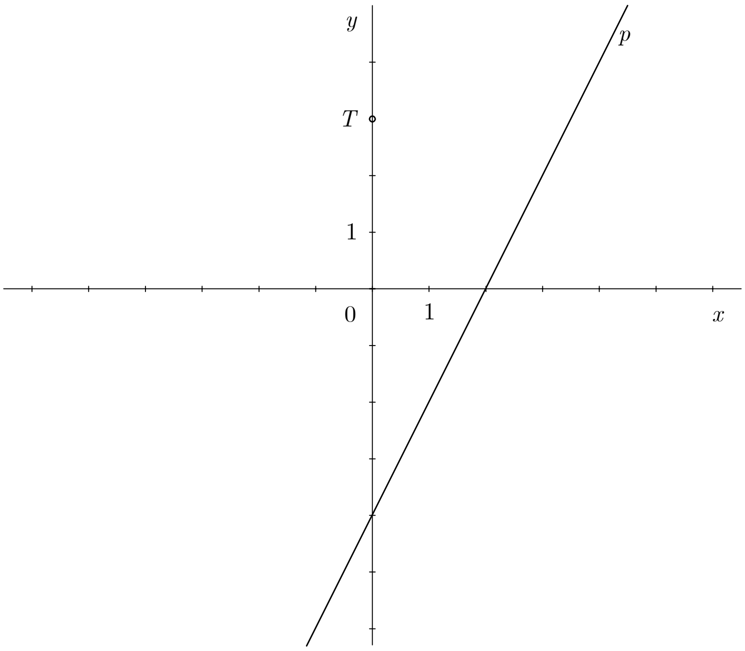
(4 pont)

Megoldás és pontozás:

A megoldás eljárása .... 2* pont
Megoldás: $x = 0,\ y = 2$ .... (1+1) 2 pont

2. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos a p egyenessel, és áthalad a T ponton!

(4 pont)



Megoldás és pontozás:

A T pont felírása: $T(0,3)$ .... 1 pont

Iránytényező: $k=2$ .... 1 pont

Az egyenes egyenletének alkalmazása, pl.: $y-y_0=k(x-x_0)$ .... 1 pont

Megoldás: $y=2x+3$ .... 1 pont

3. A koordináta-rendszer origóján két egyenes halad át. Az egyik az $A(3,3)$, a másik a $B(6,3)$ ponton halad át.

(Összesen 15 pont)

a) Rajzolja meg mindkét egyenest, és írja fel az egyenletüket!

(6 pont)

b) Számítsa ki percnyi pontossággal a két egyenes hajlásszögét!

(6 pont)

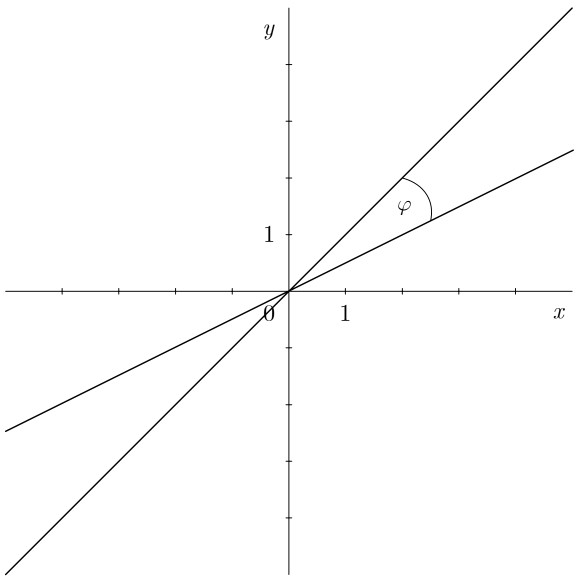
c) Az OAB háromszöget a koordináta-rendszer origója, az A és a B pont határozza meg. Számítsa ki a háromszög területét!

(3 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 6 pont

Az egyenesek megrajzolása .... (1+1) 2 pont



Az első egyenes megrajzolása: $y = x$ .... 2 pont

A második egyenes megrajzolása: $y = \frac{1}{2}x$ .... 2 pont

b) 6 pont

<u>1. mód</u>

Az első egyenes hajlásszöge: $\alpha_1 = 45°$ .... 2 pont

A második egyenes hajlásszöge: $\alpha_2 = 26°34'$ .... 2 pont

A közbezárt szög: $\varphi = \alpha_2 - \alpha_1 \doteq 18°26'$ .... 2 pont

<u>2. mód</u>

Az egyenesek iránytényezői: $k_1 = 1,\ k_2 = \frac{1}{2}$ .... (1+1) 2 pont

A megfelelő képlet alkalmazása: .... 1 pont

A közbezárt szög: $\varphi \doteq 18°26'$ ....(1*+2) 3 pont

c) 3 pont

Az OAB háromszög területe: $S = \frac{9}{2}(4,5)$ ....(1*+2) 3 pont

3.2 Másodfokú függvény

1. Adott az $f(x) = -x^2 + 2x + 8$ függvény. Határozza meg a függvény grafikonjának a tengelypontját és a koordinátatengelyekkel való metszéspontjait!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

A tengelypont meghatározása

Tengelypont, pl.: $T(1,9)$ ali $p = 1,\ q = 9$ ....(1*+1) 2 pont

A koordinátatengelyekkel való metszéspontok

Az ordinátatengellyel való metszéspont: $f(0) = 8$ vagy $N(0,8)$ .... 1 pont

Zérushelyek, ill. az abszcisszatengellyel való metszéspontok a képlet alapján vagy felbontással

$x_1 = 4,\ \ x_2 = -2$ vagy $A(-2,0),\ B(4,0)$ .... 2 pont

2. Adott az $f(x) = -x^2 - x + 6$ és $g(x) = x + 3$ függvény.

(Összesen 15 pont)

a) Rajzolja meg közös koordináta-rendszerben mindkét függvény grafikonját!

(7 pont)

b) Számítsa ki a grafikon metszéspontjainak koordinátáit!

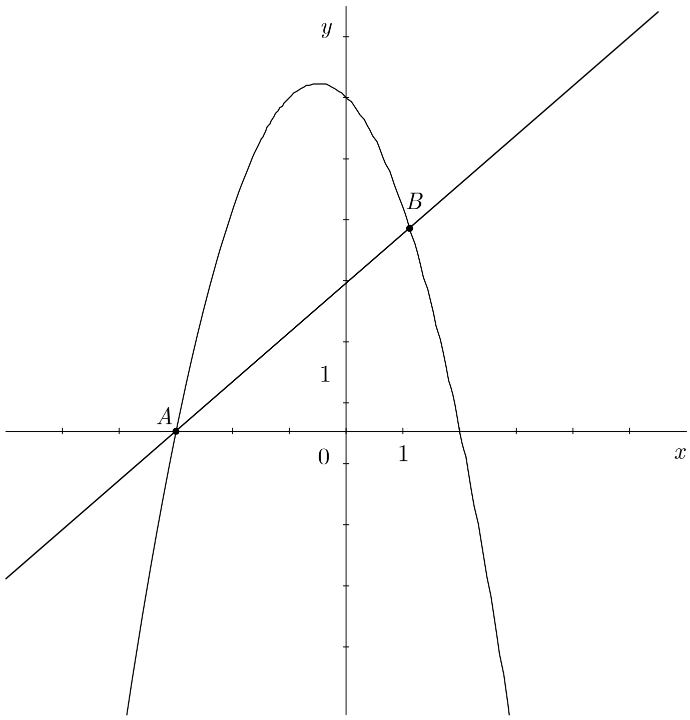
(5 pont)

c) Számítsa ki a két metszéspont távolságát! Vezzese le az eredmény részgyökvonását!

(3 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 7 pont



Az egyenes megrajzolása: .... 1 pont

A parabola megrajzolása: .... 6 pont

Ennek:

zérushelyei: $x_1 = -3,\ x_2 = 2$ .... 1 pont

tengelypontja: $T\left(-\frac{1}{2}, 6\frac{1}{4}\right)$ .... 2 pont

A parabola és az ordinátatengely metszéspontja: $N(0,6)$ .... 1 pont

A helyes parabola .... 2 pont

b) 5 pont

A felállított egyenlet, pl.: $-x^2 - x + 6 = x + 3$ .... 1 pont

A rendezett egyenlet, pl.: $x^2 + 2x - 3 = 0$ .... 1 pont

Az egyenlet megoldásai: $x_1 = -3,\ x_2 = 1$ .... (1*+1) 2 pont

Az ordináták kiszámítása: $y_1 = 0,\ y_2 = 4$ .... 1 pont

c) 3 pont

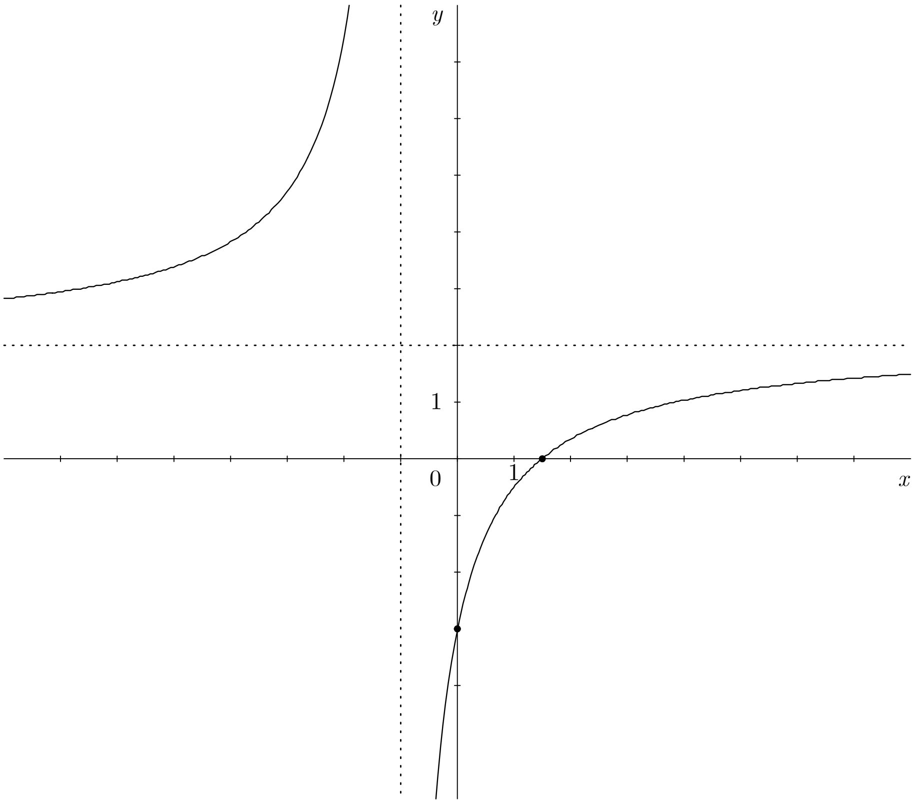
A távolság kiszámítása: $\sqrt{32}$ .... (1*+1) 2 pont

Megoldás: $4\sqrt{2}$ .... 1 pont

3.3 Hatványfüggvény, polinom és racionális függvény

1. Az ábrán egy függvény grafikonja látható. Írja fel a függvény vízszintes aszimptotájának egyenletét, a pólusát és a zérushelyét! Állapítsa meg és írja fel a függvény negatív értékeinek intervallumát!

(5 pont)



Megoldás és pontozás:

Vízszintes aszimptota: $y = 2$ .... 1 pont

Pólus: $x = -1$ .... 1 pont

Zérushely: $x = \frac{3}{2}$ .... 1 pont

A függvény negatív értékei a $\left(-1, \frac{3}{2}\right)$ intervallumon vannak, illetve a

$-1 < x < \frac{3}{2}$-re vonatkoznak .... (1+1) 2 pont

2. Adott a $p(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2(x+2)$ polinom.

(Összesen 15 pont)

a) Határozza meg a polinom összes gyökeit és rajzolja meg a grafikonját az adott koordináta-rendszerben!

(8 pont)

b) Írja fel a polinom együtthatóit!

(4 pont)

c) Írja fel azt az intervallumot, amelyen a polinomnak negatív értéke van!

(3 pont)

Megoldás és pontozás:

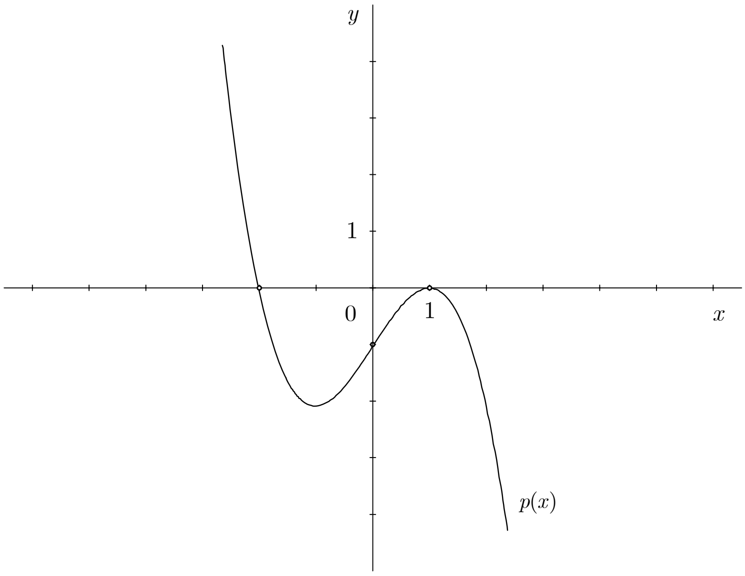
a) 8 pont

A gyökök felírása: $x_{1,2} = 1,\ x_3 = -2$ .... (1 + 1) 2 pont

Kiszámítás: $p(0) = -1$ .... 1 pont

A grafikon ábrája .... 5 pont

Megjegyzés: A jelölt 3 pontot kap, ha a grafikon az $(1,0)$, $(-2,0)$ ***és*** $(0,-1)$ ***pontokon halad át, és 2 pontot kap, ha a grafikonnak helyes alakja van.***



b) 4 pont

Az együtthatók felírása:

$a_3 = -\frac{1}{2},\ a_2 = 0,\ a_1 = \frac{3}{2},\ a_0 = -1$ .... (1 + 1 + 1 + 1) 4 pont

Megjegyzés: A jelölt csak 2 pontot kap, ha a polinomot csak az általános alakban írja fel. A jelölt csak 2 pontot kap, ha a téves általános alakból helyesen kiírja az együtthatókat.

c) 3 pont

Megoldás: $(-2,1) \cup (1,\infty)$ .... (1 + 1 + 1) 3 pont

Megjegyzés: A jelölt 2 pontot kap, ha a $-2-$***t*** ***és az*** $1-$***et*** ***a megoldáshoz számítja..***

3. Adott az $f(x) = \dfrac{2x+2}{x-1}$ függvény.

(Összesen 15 pont)

a) Határozza meg a zérushelyét, pólusát, vízszintes aszimptotáját és az ordinátatengellyel való metszéspontját!

(4 pont)

b) Rajzolja meg a függvény grafikonját, majd írja fel az értelmezési tartományát és értékkészletét!

(7 pont)

c) Számítsa ki az $f(x)$ függvénygrafikon és az $y = 1$ egyenletű egyenes metszéspontját!

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 4 pont

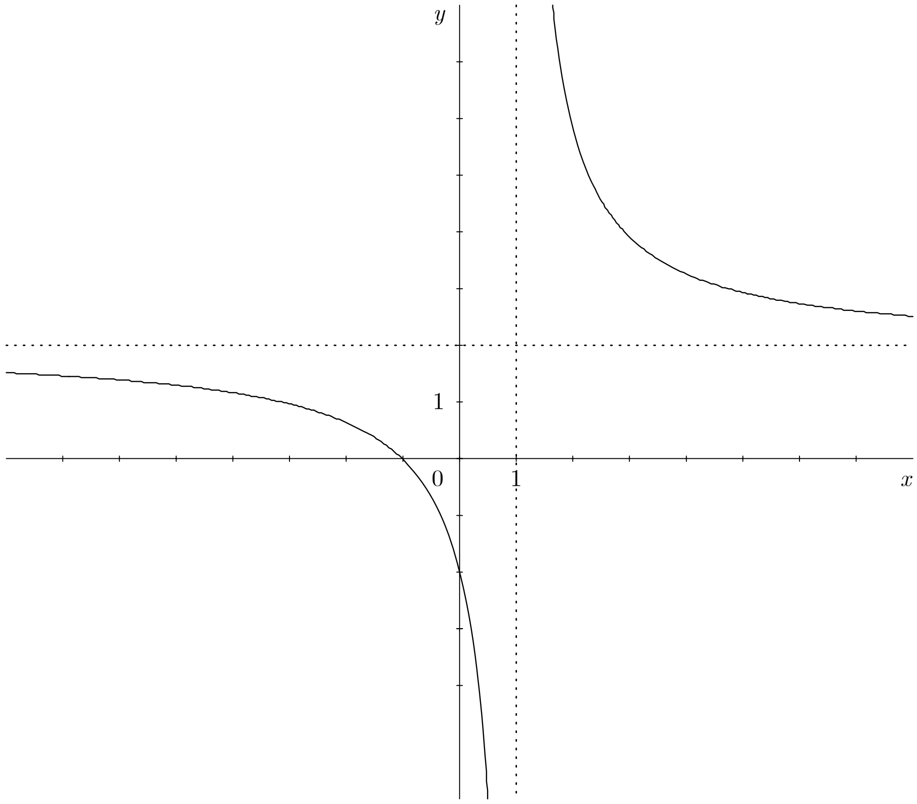
Zérushely: $x_1 = -1$ .... 1 pont

Pólus: $x_2 = 1$ .... 1 pont

Vízszintes aszimptota: $y = 2$ .... 1 pont

Metszéspont az ordinátatengellyel: $f(0) = -2$ vagy $N(0,-2)$ .... 1 pont

b) 7 pont



A grafikon az $M(-1,0)$ és $N(0,-2)$ pontokon halad át
(a grafikon és a koordinátatengelyek metszéspontjai) .... 2 pont
Mindkét aszimptota megrajzolása .... 1 pont
A grafikon mindegyik ága 1 pont, összesen .... 2 pont
Az értelmezési tartomány: A valós számok halmaza az 1 nélkül, ill.
a szimbólumos felírás, pl.: $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ .... 1 pont
Értékkészlet: A valós számok halmaza a 2 nélkül, ill.
a szimbólumos felírás, pl.: $Z_f = \mathbb{R} - \{2\}$ .... 1 pont

c) 4 pont

Az egyenlet felállítása, pl.: $\frac{2x+2}{x-1} = 1$ .... 1 pont
Az egyenlet megoldása: $x = -3$ ....(1*+1) 2 pont
A metszéspont felírása: $P(-3,1)$ .... 1 pont

4. TRANSZCENDENS FÜGGVÉNYEK ÉS EGYENLETEK

4.1 Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény

1. Oldja meg a $\log(x-1)+\log(x+2)=2\log x$ egyenletet!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

A logaritmus jellegzetességének figyelembevétele:

$\log(x-1)(x+2)=\log x^2$ .... (1 + 1) 2 pont

$(x-1)(x+2)=x^2$ .... 1 pont

Az egyenlet átalakítása és a megoldás: $x=2$ .... (1* + 1) 2 pont

2. Oldja meg az egyenleteket: a) $3^{2x-5}=27$ b) $\log_2\left(\frac{1}{4}\right)=x$

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

a) Eljárás, pl.: $3^{2x-5}=3^3$ .... 1 pont

Az egyenlet felállítása, pl.: $2x-5=3$ .... 1 pont

Megoldás: $x=4$ .... 1 pont

b) Eljárás, npr.: $2^x=\frac{1}{4}$ .... 1 pont

Megoldás: $x=-2$ .... 1 pont

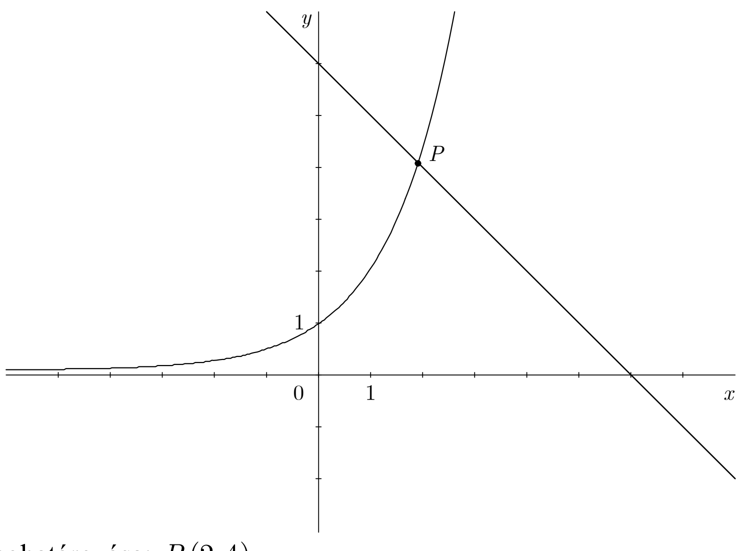
3. Adott az $f(x)=2^x$ és $g(x)=-x+6$ függvény. Rajzolja meg közös koordináta-rendszerben mindkét függvény grafikonját! A képről olvassa le a metszéspontjuk koordinátáit! Ellenőrizze számítással a megoldást!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

Az exponenciális függvény grafikonjának megrajzolása .... 2 pont

Az egyenes megrajzolása............ 1 pont



A metszéspont meghatározása: $P(2,4)$ .... 1 pont

Kiszámítás, pl.: $f(3)=2^2=4$ és $g(2)=-2+6=4$ .... 1 pont

4.2 Szögfüggvények

1. Kapcsolja össze a két kifelyezést úgy, hogy egyenlő értékű legyen tetszőleges x – re!

$\sin(-x)$	$\sin x$
$\cos(x+360°)$	$\sin^2 x$
$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$	$-\sin x$
$\cos(x-\pi)$	$-\cos x$
$1-\cos^2 x$	$\cos x$

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

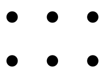
Összekapcsolás: $\sin(-x)=-\sin x$ .... 1 pont
Összekapcsolás: $\cos(x+360°)=\cos x$ .... 1 pont
Összekapcsolás: $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$ .... 1 pont
Összekapcsolás: $\cos(x-\pi)=-\cos x$ .... 1 pont
Összekapcsolás: $1-\cos^2 x=\sin^2 x$ .... 1 pont

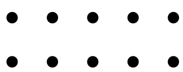
5. SOROZATOK

1. Misi kavicsból halmokat formázott. Az első három halmot az ábra mutatja. Hány kavics kellene a 13. halomhoz, ha ez az előbbi 12-vel együtt egy számtani sorozatot alkotna?

(5 pont)

1. halom 

2. halom 

3. halom 

Megoldás és pontozás:

Az első három tag felírása: $a_1=2,\ a_2=6,\ a_3=10$ .... 1 pont
Kiszámítás: $d=4$ .... 1 pont
A képlet alkalmazása: $a_{13}=a_1+(13-1)\cdot d$ .... 1 pont
Megoldás: $a_{13}=50$ .... 1 pont
Válasz: A 13. halomhoz 50 kavicsra lenne szüksége.. .... 1 pont

2. Adott egy számtani sorozat, amelynek különbsége -3. E sorozat ötödik tagja egyenlő az első tag egyhetedével. Számítsa ki a sorozat hatodik tagját!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

A számtani sorozat általános tagja felírásának figyelembevétele .... 1 pont

Az 1. és az 5. tag közti kapcsolat figyelembevétele, p.: $a_5 = \frac{a_1}{7}$ .... 1 pont

Az egyenlet felírása, pl.: $a_1 - 12 = \frac{a_1}{7}$ .... 1 pont

Megoldás: $a_1 = 14$ .... 1 pont

Kiszámítás: $a_6 = -1$ .... 1 pont

3. 1998-ban az A és B gyár egyenlő számú terméket gyártott, éspedig mindegyik 120000-et. Utána az A gyár évente 10%-kal növelte a termékek számát, a B gyár pedig évente 12000 termékkel.

(Összesen 15 pont)

a) Hány terméket gyártottak 2002-ben az A és a B gyárban a termelés ilyen növekedése mellett?

(5 pont)

b) Hány százalékkal volt 2001-ben az A gyár termelése nagyobb a B gyár termelésénél?

(6 pont)

c) Hány darab terméket gyártott az A gyár 1998 kezdetétől 2001-ig bezárólag?

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 5 pont

Felállítás, pl.: $A_{2002} = A_{1998} \cdot 1,1^4$ .... 2 pont

Kiszámítás (ill. válasz) $A_{2002} = 175692$ .... 1 pont

Felállítás, pl.: $B_{2002} = 120000 + 4 \cdot 12000$ .... 1 pont

Kiszámítás (ill. válasz) $B_{2002} = 168000$ .... 1 pont

b) 6 pont

Felállítás és kiszámítás, pl.: $A_{2001} = 120000 \cdot 1,1^3 = 159720$ .... (1*+1) 2 pont

Felállítás és kiszámítás, pl.: $B_{2001} = 120000 + 3 \cdot 12000 = 156000$ .... 1 pont

A keresett százalék felállítása és kiszámítása, pl.: $p = \frac{A_{2001}}{B_{2001}} (\doteq 1,0238\ ...)$ .... (1*+1) 2 pont

Válasz: Körülbelül 2%-kal $\left(\text{vagy } 2,4\% \text{ vagy } 2,38\%\text{-kal}\right)$ .... 1 pont

c) 4 pont

<u>1. mód</u>

Felállítás, pl.: $\Sigma A_{1998-2001} = \frac{120000 \cdot (1,1^4 - 1)}{1,1 - 1}$ .... (2*+1) 3 pont

Megoldás: $\Sigma A_{1998-2001} = 556920$ .... 1 pont

<u>2. mód</u>

Az egyes évek termékei számának kiszámítása, pl.:

120000, 132000, 145200 és 159720 .... (2*+1) 3 pont

Összeg, ill. válasz: 556920 .... 1 pont

6. ADATFELDOLGOZÁS (STATISTIKA)

1. Egy iskola osztályban megmérték a fiúk és a lányok magasságát. A mérés eredményeit beírták a táblázatba:

magasság cm-ben	Nem
162	N
163	N
164	N
165	N
165	N
167	F
169	N
170	F
171	F
171	F
172	N
175	F
176	F
178	F
178	F
179	N
180	F
180	F
181	F
185	F

(15 pont)

a) Egészítse ki a táblázatot és rajzoljon hisztogramot a következő 5 osztállyal!

Osztály	magasság cm-ben	a diákok száma
1	160 felett 165-tel bezárólag	
2	165 felett 170-nel bezárólag	
3	170 felett 175-tel bezárólag	
4	175 felett 180-nal bezáárólag	
5	180 felett 185-tel bezárólag	

(7 pont)

b) Hány cm-rel különbözik a fiúk átlagos magassága a lányok átlagos magasságától?

(6 pont)

c) Mennyi lány alacsonyabb az osztályban a lányok átlagos magasságánál?

(2 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 7 pont

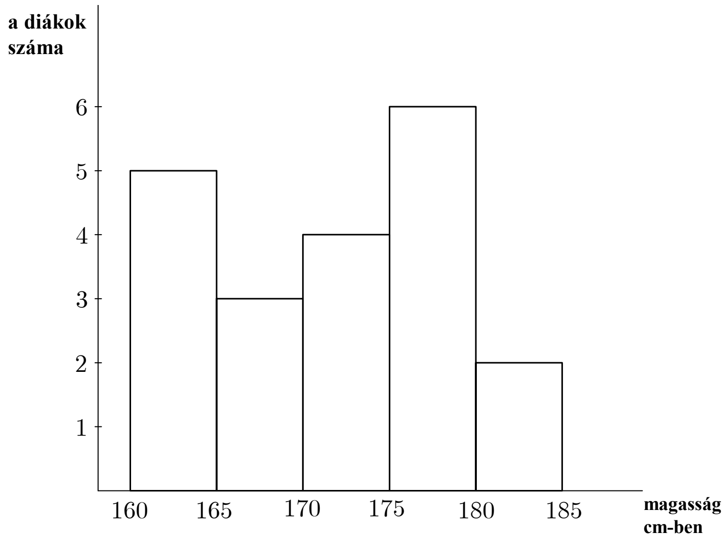
A kiegészített táblázat: 5, 3, 4, 6, 2 .... 2 pont

Legalább h árom helyes érték.. 1 pont.

Hisztogramma

A kijelölt tengelyek .... 2 pont

A megrajzolt hisztogram .... 3 pont



b) 6 pont

Kiszámitás: $M = \frac{1339}{8} = 167,375 \text{ cm}$ .... 2 pont

Kiszámitás: $M_M = \frac{2112}{12} = 176 \text{ cm}$ .... 2 pont

A különbség kiszámítása: $R = M_M - M = 8,625 \text{ cm}$ .... 1 pont

Válasz: Átlagban a fiúk magassága 8,625 cm-rel nagyonn a lányok átlagos magasságánál. .... 1 pont

Megjegyzés: A jelölt megkapja az összes pontot, ha az eredményeket helyesen kerekítette.

c) 2 pont

Az osztályban 5 lány alacsonyabb a lányok átlagos magasságánál.. 2 pont

6.4 ÚTMUTATÓ A SZAKMAI ÉRETTÉGI VIZSGA ÍRÁSBELI RÉSZE FELADATAINAK ÉRTÉKELÉSÉHEZ

Az útmutató néhány általános utasítást szeretne nyújtani a matematika szakmai érettségi vizsga írásbeli része feladatainak pontozásához. Ezek az általános utasítások nem kötődnek egyes feladatokhoz vagy a feladatok tartalmazta tananyaghoz, az adott megoldókulcsban pedig nem jelennek meg külön követelmények a keletkezett problémával kapcsolatban.

Az útmutató az értékelők és a jelöltek részére készült.

1. Alapszabály

Az a jelölt, aki bármilyen helyes módon eljutott a helyes megoldásig (akkor is, ha a megoldókulcs ezzel a módszerrel nem számolt), maximális pontszámot kap.

Helyes módszernek számít minden eljárás, amely:

- értelmesen figyelembe veszi a feladat szövegét,
- a probléma megoldásához vezet,
- matematikai szempontból helyes és teljes.

Az alapszabály nem érvényesül azoknál a feladatoknál, amelyeknél a megoldási mód elő van írva, pl.: ˝Oldja meg grafikus módon!˝. Ebben az esetben minden más módszer hibának, illetve nem teljes megoldásnak számít.

2. Az eredmény és az eljárás helyessége

a) Azokban a feladatokban, amelyekben az utasítás ˝Számítsa ki pontosan!˝ vagy ˝Az eredmény pontos legyen!˝, a számokat pontosan kell felírni, tehát analitikus alakban, pl.: π, e, $\ln\ 2$, $\sqrt[3]{5}$ … Az összes közbülső eredményt is pontosan kell megadni. A végeredményeket megfelelően egyszerűsíteni kell: a törteket és a törtes kifejezéseket redukált alakban, a gyökökből részben gyököt kell vonni, az egynemű tagokat össze kell adni ...

b) Azokban a feladatokban, amelyekben követelmény a pontosság (pl.: ˝Számítsa ki két tizedesre!˝), a végeredményt az előírt pontossággal és megfelelően kerekítve kell felírni. A $\doteq$ (körülbelül egyenlő) felírás kötelező. A részeredményeket nagyobb pontossággal kell kiszámítani (igyekezzünk pontosan számítani, ha lehet), különben megtörténhet, hogy a végeredmény nem lesz elég pontos.

c) Egyes feladatokat megoldhatunk számítással és grafikus módon is. Mivel a grafikus módszer általában nem pontos, inkább ne alkalmazzuk! Csak azoknál a feladatoknál vegyük megfelelőként figyelembe, amelyek ezt a módszert kimondottan előírják. Ha egy egyszerű eredmény a grafikonról leolvasható, számítással bizonyítsuk helyességét!

d) Ha a feladat szövege kérdés formájú (a végén ˝?˝ van), a válasz teljes mondatot követel.

e) Ha a jelölt a megoldásban az eljárás egy részét áthúzta, az áthúzottat nem pontozzuk.

f) Ha az adatok közt mértékegységek is szerepelnek, pl. cm, kg, EUR …, akkor a végeredményeknek is tartalmazniuk kell ezeket. Meghatározott egység használata csak akkor kötelező, amikor ez kimondottan elő van írva, különben bármelyik értelmes egység elfogadható. Ha a jelölt az ilyen feladatban a mértékegységet nem írja fel, az eredményért nem kap pontot. A részeredmények lehetnek mértékegység nélkül is.

g) A szögeket a mértani feladatokban (két egyenes hajlásszöge, a háromszög szöge …) fokokban és századfokokban, vagy fokokban és percekben fejezzük ki.

3. A függvények grafikonjai

Ha a koordináta-rendszer már adva van, akkor azt vesszük figyelembe – nem változtatjuk az egységeket, nem toljuk el a tengelyeket. Ha magunk rajzolunk koordináta-rendszert, kötelező megjelölnünk a tengelyeket, valamint minden tengelyen az egységeket. Általában mindkét tengelyen egyenlő nagyságú egységeket válasszunk!

A koordináta-renszer meghatározza a grafikonok rajzolásának határait. A grafikont meg kell rajzolni a koordináta-rendszer végéig (ha a függvény odáig van értelmezve).

A szinusz- és a koszinuszfüggvények esetében figyelembe kell venni a szélsőértékeket (extrémumokat).

A grafikon az adott függvénynek esztétikai szempontból is feleljen meg: szabályos körívek, a konkáv, illetve konvex grafikon figyelembevétele, viselkedés a jellegzetes pontok környezetében (zérushelyek, pólusok, a koordinátatengelyekkel való metszéspontok …).

4. Ábrák

Az ábrán jelölöljünk minden olyan mennyiséget, amely adatként, részeredményként vagy végeredményként szerepel a feladatban. A mértani síkidomoknál és testeknél az oldalak, csúcsok, élek jelölésekor az általános megállapodásoknak megfelelően járjunk el. Ezek a szabályok a tankönyvekben megtalálhatók.

Az ábra feleljen meg az általa ábrázolt idom vagy test főbb jellemzőinek. A kiszámított mennyiségek jelölései egyezzenek meg az ábra jelöléseivel.

5. Szerkesztési feladatok

A szerkesztési feladatokat körzővel és vonalzóval oldjuk meg.

Mindig meg kell szerkeszteni az összes (nem egybevágó) megoldást, amelyet az adatok meghatároznak. Ezekben a feladatokban legelőször ábrát készítsünk. Az ábrán levő jelölések egyezzenek meg a képen levő jelölésekkel. Ha a síkidom fekvése nincs megadva, a szerkesztést tetszőleges kezdőpontban kezdhetjük tetszőleges irányban, ügyelve arra, hogy a teljes szerkesztés kiférjen a feladatlapra.

A nehezebb szerkesztési feladatoknál szavakkal is írjuk le a szerkesztési eljárást!

6. Botlások, hibák és súlyos hibák (utasítás az értékelőknek)

Botlásnak a figyelmetlenség okozta hibát tekintjük, pl. az adatok másolásakor, a részeredmények másolásakor ejtett hibák.

Hibának tekintjük a számtani művelet hibás ereményét, pl.: $3 \cdot 7 = 18$ (de pl. a $2^3 = 6$ nem), a szerkesztésnél vagy a függvénygrafikonok megrajzolásánál való pontatlanságot (pl.: a vonal meredeksége, görbeség ...).

Súlyos hiba az a hiba, amely a szabályok és törvények nem ismerése miatt következett be, pl:. $2^3 = 6$, $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5}{8}$, $\log x + \log 3 = \log(x+3)$, $\sqrt{16 - x^2} = 4 - x$.

Ha a feladat ***n*** pontot ér, akkor a következő módon járunk el:

a) Botlás vagy hiba esetén 1 pontot levonunk.

b) Ha a súlyos hiba a megoldási eljárás elején van, a feladatot 0 ponttal értékeljük, egyébként a súlyos hibáig értékeljük (ha lehetségesek a részpontok).

c) Az összetett feladatok mindegyik részében külön-külön figyelembe vesszük mindkét fenti szabályt.

6.5 SZÓBELI VIZSGA

A szóbeli vizsga kérdéseinek a listáját és a feladatlapokat az iskolában tanító tanárok állítják össze a tantárgyi vizsgakatalógus alapján. A listán elkülönítve vannak felsorolva az elméleti kérdések és a különféle, főképp szakmai, ill. a mindennapi életből merített szituációk. A szóbeli vizsga minden feladatlapja a következőket tartalmazza: 1 szituáció a szakterületről ill. a mindennapi életből, valamint 3 elméleti kérdés, amelyek ebből erednek ill. hozzá kapcsolódnak. A kérdések felölelik a különféle matematikus viselkedéseket és a különféle témakörök céljait.

■ Vizsgalapminták

1. vizsgalapminta:

Az A taxis minden fuvaránál 4 € indulási értéket számol, és $1,50$ €-t kér minden megtett kilométerért, a B taxis pedig 2 € -val indul, és minden megtett kilométerre $1,75$ €-t számít fel az utasnak.

1. Írja le a számtani sorozat jellegzetességeit!

   Írja fel azt a számtani sorozatot, amelynek az $n.$ tagja egyenlő az A taxis árával az n megtett kilométerre. Ugyanígy a B taxis eseténben is.

2. Írja le a lineáris függvény jellegzetességeit, valamint a lineáris függvény grafikon jellegzetességeit is!

   Írja fel a lineáris függvényt, amely az A taxis ajánlatát mutatja be. Ugyanígy a B taxis esetében is.

   A megfelelő technológiai segédeszköz segítségével mutassa be z a 2 lineáris függvény grafikonját !

3. Írja le, miképpen oldjuk meg a kétismeretlenes lineáris egyenletrendszert! Hogyan lehet geometriailag megmagyarázni a rendszer megoldását?

   Hasonlítsa össze mindkét taxis ajánlatát!

2. vizsgalapminta:

A fémgolyót, amelynek súlya $500\ \mathrm{g}$ és sugara $3\ \mathrm{cm},$ görgetjük egy v ízszíntes alapon.

1. Írja le a másodfokú függvény és ennek a grafikonjának a jellegzetségeit!

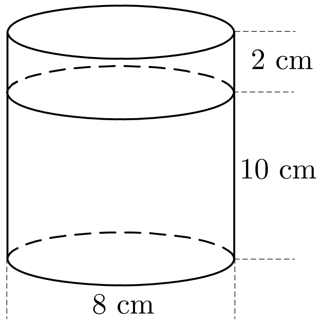
   Az m súlyú és v sebességű test kinetikus energiája W_{k} adott a $W_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}mv^2$ egyenlettel. A megfelelő technológiai segédeszköz használatával grafikusan mutassa be a golyó kinetikus energiája változását e sebesség függvényében.

2. Mikor egybevágók a szögek, mellékszögek, pótszögek, szomszédos szögek és társszögek?

   A golyó a faltól való visszaverődése után eltalálja-e a másik golyót? A válaszát indokolja meg!

3. Milyen a henger és milyen a gömb téfogata?

   Az ábán levő, vízzel telt hengerbe egy golyót engedünk. Kifröccsen-e a víz? A válaszát indokolja meg!



■ A szóbeli vizsga értékelése

A jelölt a szaktanártól összesen 30 pontot kap, ebből legalább 10 pont a helyzetre, valamint az elméleti kérdéseknek a helyzethez kapcsolására, és a megfelelő technológiai segédeszközök használatára.

A pontok odaítélésében a következő kritériumokat vesszük figyelembe:

- a megfelelő matematikai nyelv alkalmazása a kommunikációban,
- a helyzetek összekapcsolása a matematikai fogalmakkal, eljárásokkal és stratégiákkal,
- az eljárások kiválasztása és ezek helyes megvalósítása,
- a diák absztrakt és szisztematikus elemzési szintje, a deduktív következtetés elemei,
- a technológiai segédeszközök megfelelő alkalmazása,
- a kiválasztott eljárások indokolása, a megoldás stratégiájának és helyességének indokolása.

Azok a jelöltek, akik 2004-ig iratkoztak a programokba, a 2011. évi szakmai érettségi szóbeli vizsgáján 3 kérdésre felelnek a kérdések listájáról, a kérdések különböző témakörökből származnak. Minden kérdésre 0-10 pontot kap. A technológiai segédeszközök közül csak a a grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetősége nélküli numerikus zsebszámológépet lehet használni.

Az értékelésben a következő kritériumokat vesszük figyelembe:

- a válasz tartalmi helessége,
- a matematika nyelvének használata,
- indokolás,
- a megállapítások megfogalmazása,
- a kommunikáció.

7. AJÁNLOTT FORRÁSOK ÉS IRODALOM

Az érettségi vizsgára való felkészülésben a diákok a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa által jóváhagyott tankönyveket és taneszközöket használják. A jóváhagyott tankönyvek és taneszközök jegyzéke a **Középiskolai tankönyvkatalógusban** található, amely a Szlovén Köztársaság Oktatási Intézete honlapján www.zrss.si olvasható.

A MATEMATIKA SZAKMAI ÉRETTSÉGI TANTÁRGYI VIZSGAKATALÓGUSA

az eredeti példány címe: PREDMETNI IZPITNI KATALOG ZA POKLICNO MATURO - MATEMATIKA

A katalógust készítették:
Svjetlana Ćirkovič
Gregor Dolinar
Lovro Dretnik
Marjan Hafner
Draga Jan
Jože Pavlišič
Mira Jug Skledar
Mojca Suban Ambrož
Majda Škrinar-Majdič

Fordította:
Silvija Vučak Virant

Lektorálta:
dr. Anna Kolláth

A szlovén nyelvben írt katalógust A Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa a 2009. július 10-i, 118. ülésén fogadta el, és a 2011. évi tavaszi vizsgaidőszaktól az új vizsgakatalógus hatályba lépéséig érvényes.
A katalógus érvényességéről az adott évben az adott évi szakmai érettségi vizsgakatalógus rendelkezik.

Kiadta
DRŽAVNI IZPITNI CENTER
A kiadásért felel**: mag. Darko Zupanc**

Szerkesztő:
Joži Trkov

Formázás: Barbara Železnik Bizjak

Tördelés: Peter Tutta
Nyomda: Državni izpitni center
Ljubljana 2009

A katalógus ára: 4 EUR