

Katalog so pripravili:

Svjetlana Čirkovič
Gregor Dolinar
Lovro Dretnik
Marjan Hafner
Draga Jan
Jože Pavlišič
Mira Jug Skledar
Mojca Šuban Ambrož
Majda Škrinar-Majdič

Jezikovni pregled:

Helena Škrlep

Katalog je sprejel Strokovni svet Republike Slovenije za poklicno in strokovno izobraževanje na svoji 118. seji dne 10. 7. 2009 in se uporablja od spomladanskega roka 2011, dokler ni določen novi katalog. Veljavnost kataloga za leto, v katerem bo kandidat opravljal maturo, je navedena v Maturitetnem izpitnem katalogu za poklicno maturo za tisto leto.

Matematika

Izdal in založil

Državni izpitni center
Predstavnik: **mag. Darko Zupanc**

Urednica založbe:

Joži Trkov

© Državni izpitni center.
Vse pravice pridržane.

Oblikovanje: Barbara Železnik Bizjak

Računalniški prelom: Milena Jarc
Tisk: Državni izpitni center
Ljubljana 2009

Cena kataloga: 4 EUR

ISSN 1581-937X



foto: Buenos Dias

Predmetni izpitni katalog za poklicno maturo



Matematika

*Uporablja se od spomladanskega roka 2011,
dokler ni določen novi katalog*

Predmetni izpitni katalog za poklicno maturu

Matematika

Predmetni izpitni katalog se uporablja od spomladanskega roka **2011**, dokler ni določen novi. Veljavnost kataloga za leto, v katerem bo kandidat opravljal maturu, je navedena v Maturitetnem izpitnem katalogu za poklicno maturu za tisto leto.

Ljubljana 2009



1. Uvod	5
2. Izpitni cilji	6
3. Zgradba in vrednotenje izpita	7
3.1 Shema izpita	7
3.2 Vrste nalog in vrednotenje	8
4. Izpitne vsebine	9
5. Prilagoditve za kandidate s posebnimi potrebami	15
6. Dodatki	16
6.1 Matematične oznake	16
6.2 Formule, ki so priložene izpitni poli	19
6.3 Zgledi izpitnih nalog	21
6.4 Navodila za ocenjevanje nalog pisnega dela izpita	37
6.5 Ustni del izpita	39
7. Priporočeni viri in literatura	41

1. UVOD

Predmetni izpitni katalog je namenjen kandidatkam in kandidatom, ki si bodo pri poklicni maturi izbrali matematiko kot tretji predmet. V pomoč bo tudi učiteljicam in učiteljem matematike, ki jih bodo pripravljali na poklicno maturo.

Ta katalog temelji na predmetnem katalogu za srednje tehniško oziroma strokovno izobraževanje v obsegu 385 ur iz leta 1998, na katalogu Matematika za programe srednjega strokovnega izobraževanja v obsegu 383 do 408 ur iz leta 2007 in za programe srednjega poklicno-tehniškega izobraževanja v obsegu 206 do 242 ur iz leta 2007, na Pravilniku o poklicni maturi in Zakonu o maturi (ZMat–UPB1, Ur. l. RS, št. 1/07).

Izpit iz matematike je sestavljen iz pisnega in ustnega dela.

V katalogu so opisani cilji in zgradba izpita ter vrednotenje in ocenjevanje. Dodan je snovni sklop, ki je sestavljen iz dveh delov: na levi strani so vsebine in pojmi, ki določajo okvir učne snovi, preverjane pri izpitu, na desni pa so zapisani cilji, ki se preverjajo.

Dodan je tudi seznam matematičnih oznak in formul, s katerimi si kandidati pri izpitu lahko pomagajo. V katalogu je nekaj zgledov izpitnih nalog z rešitvami in točkovnikom ter navodila za ocenjevanje. Na koncu so navedene prilagoditve za kandidate s posebnimi potrebami.

Posebej so opisane razlike pri opravljanju ustnega dela poklicne mature iz matematike za leto 2011 za kandidate v programih, ki so bili sprejeti do vključno leta 2004.

2. IZPITNI CILJI

Izpit bo preveril, kako zna kandidat:

- brati besedilo in ga prevesti v matematični jezik,
- informacije, izražene z matematičnimi sredstvi, razumeti in uporabiti pri iskanju rešitve,
- uporabljati matematično terminologijo in simboliko,
- sistematično, natančno, samostojno, urejeno zapisovati in reševati matematične naloge,
- uporabljati matematiko kot sredstvo komunikacije,
- izkazati razumevanje ter uporabljati osnovne matematične pojme in odnose med njimi,
- reševati matematične probleme,
- kritično uporabiti ustrezno metodo ter razložiti in utemeljiti rešitev,
- uporabljati matematiko na strokovnih in drugih področjih,
- uporabljati tehnološke pripomočke,
- uporabljati druge dovoljene pripomočke.

3. ZGRADBA IN VREDNOTENJE IZPITA

3.1 SHEMA IZPITA

Izpit iz matematike ima pisni in ustni del. Pisni del je enoten za vse kandidate in ga hkrati opravljajo vsi prijavljeni kandidati v Sloveniji. Ocenjevanje pisnega in ustnega dela izpita je notranje.

■ Pisni del izpita

Državna predmetna komisija za poklicno maturo iz matematike sestavi izpitno polo, pripravi moderirani točkovnik in navodila za ocenjevanje.

Izpitna pola	Čas reševanja	Število točk	Delež pri oceni
1	120 minut	70	70 %
1. del		(40)	(40 %)
2. del		(30)	(30 %)

Dovoljeni pripomočki pri pisnem izpitu so: nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirka, numerično žepno računalno brez grafičnega zaslona in brez možnosti simbolnega računanja, šestilo, trikotnik (geotrikotnik), ravnilo, kotomer in trigonir.

Izpitna pola vsebuje tudi dve strani formul, s katerimi si kandidat lahko pomaga pri reševanju nalog.

Pri konstrukcijskih nalogah je treba uporabljati geometrijsko orodje. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

■ Ustni del izpita

Seznam vprašanj in listke za ustni del izpita sestavijo učitelji na šoli na podlagi predmetnega izpitnega kataloga. Na seznamu so ločeno navedena teoretična vprašanja in različne vrste situacij predvsem iz stroke ali iz vsakdanjega življenja. Na vsakem listku za ustni del izpita je zapisano: 1 situacija iz stroke ali vsakdanjega življenja in 3 teoretična vprašanja, ki izhajajo iz te situacije oziroma se nanjo smiselno navezujejo. Vprašanja naj zajemajo različno matematično vedenje in cilje različnih tematskih sklopov.

	Čas reševanja	Število točk	Delež pri oceni
1 situacija in 3 vprašanja	do 20 minut	30	30 %

Dovoljeni pripomočki pri ustnem izpitu: nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirka, šestilo, trikotnik (geotrikotnik), ravnilo, kotomer, trigonir in tehnološki pripomoček (grafično žepno računalno ali računalnik z ustrežno programsko opremo), s katerim se je kandidat seznanil pri pouku matematike in ga je odobril aktiv učiteljev matematike na šoli.

Kandidat ima pravico do 15-minutne priprave na ustni izpit.

3.2 VRSTE NALOG IN VREDNOTENJE

Izpit	Vrste nalog	Vrednotenje nalog
1. del izpitne pole	9 krajših nalog	5 nalog je ovrednotenih s 4 točkami, 4 naloge pa s 5 točkami.
2. del izpitne pole	3 sestavljene (izbirne) naloge, od katerih kandidat izbere in reši dve	Vsaka naloga je ovrednotena s 15 točkami.
Ustni izpit	1 situacija iz stroke ali vsakdanjega življenja in 3 teoretična vprašanja, ki izhajajo iz te situacije oziroma se nanjo smiselno navezujejo	Celotna situacija skupaj z vprašanji 30 točk, od tega vsaj 10 točk skupaj za situacijo, za povezovanje teoretičnih vprašanj s situacijo in za ustrezno uporabo tehnoloških pripomočkov.

Kandidati iz programov, sprejetih do vključno leta 2004, lahko pri ustnem izpitu poklicne mature leta 2011 odgovarjajo na 3 vprašanja s seznama vprašanj. Vsako je ovrednoteno z 10 točkami. Od tehnoloških pripomočkov je dovoljeno uporabljati zgolj žepno računalno brez grafičnega zaslona in brez možnosti simbolnega računanja.

4. IZPITNE VSEBINE

VSEBINSKI SKLOPI

- številske množice
- geometrija
- algebrske funkcije in enačbe
- transcendentne funkcije in enačbe
- zaporedja in obrestno-obrestni račun
- obdelava podatkov (statistika za programe, sprejete do vključno leta 2004)
- diferencialni račun (samo za programe, sprejete po letu 2004)
- osnove verjetnostnega računa (samo za programe, sprejete po letu 2004)

■ Številske množice

■ VSEBINE, POJMI	■ CILJI PREVERJANJA
Naravna, cela, racionalna in realna števila.	<ul style="list-style-type: none">• Računati z naravnimi, celimi, racionalnimi in realnimi števili ter uporabljati zakonitosti računskih operacij.
Lastnosti operacij v vseh številskih množicah.	<ul style="list-style-type: none">• Poiskati večkratnike in delitelje naravnih in celih števil.
Deljivost v \mathbb{N} in \mathbb{Z} .	<ul style="list-style-type: none">• Računati s potencami z naravnimi in celimi eksponenti ter uporabljati pravila za računanje z njimi.
Potence z naravnimi in celimi eksponenti.	<ul style="list-style-type: none">• Poznati pravila za reševanje enačb in neenačb.
Praštevila in sestavljena števila.	<ul style="list-style-type: none">• Znati reševati preproste enačbe in neenačbe.
Pravila za ugotavljanje deljivosti.	
Večkratniki in delitelji.	
Izrazi.	<ul style="list-style-type: none">• Računati z algebrskimi izrazi (potencirati dvočlenik, razcepiti razliko kvadratov, razliko in vsoto kubov, uporabljati Vietovo pravilo).
Lastnosti enakosti in neenakosti.	<ul style="list-style-type: none">• Poznati odnos deljivosti in urejenosti.
Osnovni izrek o deljenju.	<ul style="list-style-type: none">• Poznati in uporabljati osnovni izrek o deljenju.
Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik.	<ul style="list-style-type: none">• Poznati praštevila in sestavljena števila.
Racionalna števila in realna števila.	<ul style="list-style-type: none">• Dano število razcepiti v produkt praštevil.
Ulomki.	<ul style="list-style-type: none">• Poiskati največji skupni delitelj števil.• Poiskati najmanjši skupni večkratnik števil.
Urejenost, enakosti, neenakosti in lastnosti.	<ul style="list-style-type: none">• Ugotoviti, ali je število deljivo z 2, 3, 5, 9 in 10.
Desetiški zapis.	<ul style="list-style-type: none">• Računati s števili in algebrskimi ulomki.
Razmerja, deleži, odstotki.	<ul style="list-style-type: none">• Zapisati racionalno število z decimalno številko.• Zapisati periodično decimalno številko kot okrajšani ulomek.

Številaska premica.
Intervali.
Iracionalna števila.
Decimalni zapis iracionalnega števila.
Urejenost v obsegu realnih števil \mathbb{R} .
Kvadratni in kubični koren.
Zaokroževanje.
Absolutna vrednost števila in njene lastnosti.

Potence z racionalnimi eksponenti.

- Računati z odstotki.
- Izračunati delež, osnovo in relativni delež.
- Uporabljati sklepni račun.
- Predstaviti realna števila kot točke in kot interval na številski premici (realni osi).
- Zaokroževati.
- Oceniti rezultat.
- Računati s kvadratnimi in kubičnimi koreni.
- Delno koreniti in racionalizirati imenovalc.
- Rešiti preproste enačbe in neenačbe z absolutno vrednostjo.
- Računati s potencami z racionalnimi eksponenti.
- Računati s koreni.

■ Geometrija

■ VSEBINE, POJMI

Geometrija v ravnini

Osnovni geometrijski pojmi.
Točke in premice v ravnini in odnosi med njimi.
Razdalja, daljica, nosilka daljice, simetrala, poltrak, kot.
Trikotnik, krog, večkotnik.
Izreki v pravokotnem trikotniku.
Skladnost.
Podobnost.
Kotne funkcije ostrih kotov.

■ CILJI PREVERJANJA

- Narisati premico, poltrak, daljico, simetralo, kot, krog in krožnico, lok, tetivo, tangento.
- Ločevati vrste trikotnikov glede na stranice in kote.
- Poznati različne vrste kotov (sokota, sovršna kota, ostri, topi, suplementarni ...).
- Računati s koti.
- Poznati in uporabljati definicijo skladnosti trikotnikov.
- Uporabljati osnovne izreke o skladnosti trikotnikov.
- Poznati enote za merjenje kotov ter pretvarjati stopinje v radiane in nasprotno.
- V računskih in konstrukcijskih nalogah uporabljati lastnosti trikotnika, paralelograma, trapeza.
- Uporabljati Pitagorov izrek.
- Načrtovati like (konstrukcijske naloge).
- Trikotniku očrtati in včrtati krog.
- Načrtati tangento na krog (v dani točki krožnice in iz točke, ki leži zunaj kroga).
- Poznati in uporabljati lastnosti obodnega kota nad premerom v polkrogu.
- Poznati in uporabljati definicijo podobnosti trikotnikov.
- Poznati kotne funkcije ostrih kotov v pravokotnem trikotniku in jih znati uporabljati.

Ploščine

Ploščina paralelograma, trikotnika, trapeza, deltoida in kroga.

Sinusni izrek.

Kosinusni izrek.

- Poznati enote za merjenje ploščine.
- Računati ploščino paralelograma, trikotnika, trapeza, deltoida, kroga, krožnega izseka.
- Uporabljati sinusni izrek.
- Uporabljati kosinusni izrek.
- Poznati in računati obsege likov, dolžino krožnega loka.
- Iz ustreznih podatkov izračunati ploščino, stranico, kot, obseg, višino, polmer očrtanega in včrtanega kroga.

Površine in prostornine

Površina in prostornina pokončne prizme, valja, piramide, stožca in krogle.

- Poznati in uporabljati lastnosti pokončnih teles (prizme, valja, piramide, stožca) in krogle.
- Pri ustreznih podatkih za dano telo izračunati višino telesa, stranski rob, osnovni rob, telesno diagonalo, plašč, ploščino osnega preseka, površino in prostornino.
- Izračunati kote, ki jih med seboj oklepajo robovi oziroma ploskve geometrijskega telesa.

■ Algebrske funkcije in enačbe

■ VSEBINE, POJMI

Linearna funkcija

Pravokotni koordinatni sistem v ravnini.

Množice točk v ravnini.

Razdalja med točkama.

Linearna funkcija: $x \mapsto kx + n$.

Enačba premice.

Linearna enačba in linearna neenačba.

Sistem linearnih enačb.

■ CILJI PREVERJANJA

- Ponazoriti preproste množice točk v ravnini.
- Izračunati razdaljo med točkama v ravnini.
- Narisati graf linearne funkcije.
- Poznati pomen konstant k in n .
- Določiti ničlo in začetno vrednost funkcije.
- Zapisati enačbo premice v ravnini v eksplicitni, implicitni in segmentni obliki.
- Rešiti linearne enačbe.
- Rešiti linearne neenačbe.
- Rešiti sistem dveh in treh linearnih enačb.
- Rešiti besedilno nalogo z uporabo linearne enačbe in sistema dveh enačb z dvema neznankama.

Kvadratna funkcija

Kvadratna funkcija: $x \mapsto ax^2 + bx + c$.

Diskriminanta.

Teme, ničli in graf kvadratne funkcije.

Kvadratna enačba.

Uporaba kvadratne funkcije in enačbe.

Kvadratna neenačba.

- Zapisati kvadratno funkcijo pri različnih podatkih.
- Izračunati teme, ničli kvadratne funkcije in presečišče grafa z ordinatno osjo ter načrtati graf.
- Zapisati kvadratno funkcijo v temenski obliki, splošni obliki in obliki za ničle ter pretvarjati iz ene oblike v drugo.
- Rešiti kvadratno enačbo in različne naloge, ki se nanašajo na uporabo kvadratne enačbe.
- Izračunati presečišče parabole in premice, dveh parabol.
- Rešiti besedilne naloge z uporabo kvadratne enačbe.
- Rešiti kvadratno neenačbo.

Potenčna funkcija, polinom in racionalna funkcija

Potenčna funkcija.

Polinomi z realnimi koeficienti.

Ničle polinomov.

Hornerjeva shema.

Graf polinoma.

Racionalne funkcije.

Racionalne enačbe in neenačbe.

- Narisati graf potenčnih funkcij s celimi eksponenti.
- Poiskati razcep danega polinoma.
- Izračunati ničle polinoma.
- Uporabljati Hornerjev algoritem.
- Narisati graf polinoma.
- Zapisati funkcijsko enačbo polinoma ob ustreznih podatkih.
- Rešiti neenačbe:
 $p(x) > 0, p(x) < 0, p(x) \geq 0, p(x) \leq 0$.
- Poznati definicijo in enačbo racionalne funkcije.
- Določiti ničle, pole in vodoravne asimptote.
- Narisati graf dane racionalne funkcije.
- Reševati racionalne enačbe in neenačbe.

■ Transcendentne funkcije in enačbe

■ VSEBINE, POJMI

Eksponentna in logaritemska funkcija

Eksponentna funkcija:
 $f(x) = a^x, a > 0, a \neq 1.$

Lastnosti in graf eksponentne funkcije.

Eksponentna enačba.

Logaritem.

Prehod k novi osnovi.

Logaritemska funkcija.

Lastnosti in graf logaritemske funkcije.

Logaritemska enačba.

Kotne funkcije

Kotne funkcije.

Definicija kotnih funkcij:

$$f(x) = \sin x$$

$$f(x) = \cos x$$

$$f(x) = \operatorname{tg} x$$

Lastnosti kotnih funkcij.

Adicijski izreki.

Grafi kotnih funkcij.

■ CILJI PREVERJANJA

- Narisati graf dane eksponentne in logaritemske funkcije (brez premikov in raztegov).
- Reševati preproste eksponentne enačbe (skupna osnova, izpostavljanje skupnega faktorja).
- Usvojiti definicijo logaritma.
- Uporabljati pravila za računanje z logaritmi.
- Reševati preproste logaritemske enačbe (tudi z žepnim računalom).
- Uporabiti prehod k novi osnovi za računanje z žepnim računalom.
- Poznati desetiški in naravni logaritem.

- Poznati in uporabljati definicije kotnih funkcij.
- Narisati grafe funkcij:
 $f(x) = \sin x, f(x) = \cos x, f(x) = \operatorname{tg} x.$
- Izračunati ničle, abscise maksimumov in minimumov.
- Uporabljati zveze med kotnimi funkcijami istega kota, komplementarnih in suplementarnih kotov.
- Uporabljati periodičnost, lihost oziroma sodost kotnih funkcij sinus, kosinus in tangens ter uporabljati adicijske izreke.
- Izračunati kot med premicama.

■ Zaporedja

■ VSEBINE, POJMI

Definicija zaporedja $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$.

Lastnosti zaporedij (naraščanje, padanje, omejenost).

Aritmetično in geometrijsko zaporedje.

Vsota n členov aritmetičnega in geometrijskega zaporedja.

Navadno in obrestno obrestovanje.

■ CILJI PREVERJANJA

- Določiti lastnosti danega zaporedja (naraščanje, padanje, omejenost).
- Narisati graf zaporedja.
- Usvojiti definicijo aritmetičnega in geometrijskega zaporedja.
- Izračunati vsoto n členov aritmetičnega zaporedja.
- Izračunati vsoto n členov geometrijskega zaporedja.
- Poznati in razlikovati navadno in obrestno obrestovanje.
- Izračunati končno vrednost glavnice in obdobje obrestovanja.

■ Obdelava podatkov (statistika)

■ VSEBINE, POJMI

Osnovni statistični pojmi.
Urejanje in razvrščanje podatkov.
Prikazovanje podatkov.
Srednja vrednost.

■ CILJI PREVERJANJA

- Uporabljati osnovne statistične pojme (populacija, statistična enota, vzorec, statistična spremenljivka).
- Urediti podatke.
- Uporabljati pojem absolutne in relativne frekvence.
- Grafično prikazati podatke (histogram, krožni, stolpčni in linijski diagram).
- Določiti srednje vrednosti (modus, mediana, aritmetična sredina).

Samo za programe, sprejete po letu 2004 (ustni del izpita), tudi spodnja dva vsebinska sklopa

■ Diferencialni račun

■ VSEBINE, POJMI

Odvod funkcije.
Odvod in lokalno vedenje funkcije.

■ CILJI PREVERJANJA

- Uporabiti pravila za odvajanje osnovnih in sestavljenih funkcij.
- Z uporabo odvoda raziskovati lastnosti funkcij.
- Določiti enačbo tangente na graf funkcije v dani točki.
- Reševanje preprostih ekstremalnih problemov.

■ Osnove verjetnostnega računa

■ VSEBINE, POJMI

Osnovni prijem kombinatorike.
Verjetnost slučajnega dogodka.

■ CILJI PREVERJANJA

- Poznati in uporabljati osnovni zakon kombinatorike.
- Prepoznati permutacije brez ponavljanja, kombinacije brez ponavljanja, variacije brez ponavljanja in variacije s ponavljanjem ter izračunati njihovo število.
- Izračunati verjetnost slučajnega dogodka.

5. PRILAGODITVE ZA KANDIDATE S POSEBNIMI POTREBAMI

Kandidatom s posebnimi potrebami, ki so bili usmerjeni v izobraževalne programe z odločbo o usmeritvi, v utemeljenih primerih (poškodbe, bolezni) pa tudi drugim kandidatom glede na vrsto in stopnjo primanjkljaja, ovire oziroma motnje se prilagodita način opravljanja izpita iz matematike in način ocenjevanja znanja v skladu s 4. členom Zakona o maturi in s poglavjem *Prilagoditve za kandidate s posebnimi potrebami* Maturitetnega izpitnega kataloga za poklicno maturo.

6. DODATKI

6.1 MATEMATIČNE OZNAKE

■ Množice

\in	je element
\notin	ni element
$\{x_1, x_2, \dots\}$	množica z elementi x_1, x_2, \dots
$\{x; \dots\}$	množica vseh x , takih, da ...
\emptyset	prazna množica
\mathbb{N}	množica naravnih števil
\mathbb{N}_0	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
\mathbb{Z}	množica celih števil
\mathbb{Z}^+	množica pozitivnih celih števil
\mathbb{Z}^-	množica negativnih celih števil
\mathbb{Q}	množica racionalnih števil
\mathbb{Q}^+	množica pozitivnih racionalnih števil
\mathbb{Q}^-	množica negativnih racionalnih števil
$\mathbb{R}, (-\infty, \infty)$	množica realnih števil
$\mathbb{R}^+, (0, \infty)$	množica pozitivnih realnih števil
$\mathbb{R}_0^+, [0, \infty)$	množica nenegativnih realnih števil
$\mathbb{R}^-, (-\infty, 0)$	množica negativnih realnih števil
\cup	unija
\cap	preseki
$\setminus, -$	razlika množic
$[a, b]$	zaprti interval $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$
$[a, b), [a, b[$	interval $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$
$(a, b],]a, b]$	interval $\{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$
$(a, b),]a, b[$	odprti interval $\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$

■ Relacije in operacije

(a, b)	urejeni par
$=$	je enako
\neq	ni enako
\doteq	je približno enako
$<$	je manjše
\leq	je manjše ali enako
$>$	je večje
\geq	je večje ali enako
$+$	plus
$-$	minus
\cdot	krat
$:$	deljeno
$a b$	a deli b
$D(a, b)$	največji skupni delitelj števil a in b
$v(a, b)$	najmanjši skupni večkratnik števil a in b
Σ	znak za vsoto
$ a $	absolutna vrednost a

■ Geometrija

$d(A, B)$	razdalja med točkama A in B
$ AB $	dolžina daljice AB
\sphericalangle	kot
\triangle	trikotnik
\parallel	biti vzporeden
\perp	je pravokoten
\cong	je skladen
\sim	je podoben
$A(x, y)$	točka A s koordinatama x in y
S, p	ploščina
V	prostornina
P	površina
R	polmer trikotniku očrtanega kroga
r	polmer trikotniku včrtanega kroga

■ Funkcije

f	funkcija f
$f : A \rightarrow B$	preslikava (funkcija) iz A v B
$x \mapsto f(x)$	x se preslika v $f(x)$
D_f	definijsko območje funkcije f
Z_f	zaloga vrednosti funkcije f
$f' = \frac{df}{dx}$	(prvi) odvod funkcije f

■ Obdelava podatkov (statistika)

\bar{x}, μ	povprečna vrednost
----------------	--------------------

■ Kombinatorika. Verjetnostni račun

P_n	število permutacij n elementov brez ponavljanja
$n!$	n -fakulteta
V_n^r	število variacij brez ponavljanja n elementov reda r
${}^{(p)}V_n^r$	število variacij s ponavljanjem n elementov reda r
$\binom{n}{k}$	binomski simbol (n nad k)
$C_n^r = \binom{n}{r}$	število kombinacij brez ponavljanja n elementov reda r
G	gotovi dogodek
N	nemogoči dogodek
E_1, E_2, E_3, \dots	elementarni dogodki
A'	dogodku A nasprotni dogodek
$A \cup B$	vsota dogodkov A in B
$A \cap B, A \cdot B$	produkt dogodkov A in B
$A \setminus B$	razlika dogodkov A in B
$A \subset B$	A je način dogodka B
$P(A)$	verjetnost dogodka A

6.2 FORMULE, KI SO PRILOŽENE IZPITNI POLI

1. Pravokotni koordinatni sistem v ravnini, linearna funkcija

- Razdalja dveh točk v ravnini: $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Linearna funkcija: $f(x) = kx + n$
- Smerni koeficient: $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- Naklonski kot premice: $k = \tan \varphi$
- Kot med premicama: $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Ravninska geometrija (ploščine likov so označene s S)

- **Trikotnik:** $S = \frac{c \cdot v_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$
 $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Polmera trikotniku očrtanega (R) in včrtanega (r) kroga:**
 $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Enakostranični trikotnik:** $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $v = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, romb:** $S = \frac{e \cdot f}{2}$
- **Trapez:** $S = \frac{a+c}{2} \cdot v$
- **Paralelogram:** $S = ab \sin \alpha$
- **Romb:** $S = a^2 \sin \alpha$
- **Dolžina krožnega loka:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Ploščina krožnega izseka:** $S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Sinusni izrek:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Kosinusni izrek:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Površine in prostornine geometrijskih teles (S je ploščina osnovne ploskve)

- **Prizma:** $P = 2S + S_{pl}$, $V = S \cdot v$
- **Valj:** $P = 2\pi r^2 + 2\pi r v$, $V = \pi r^2 v$
- **Piramida:** $P = S + S_{pl}$, $V = \frac{1}{3} S \cdot v$
- **Stožec:** $P = \pi r(r+s)$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 v$
- **Krogla:** $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Kotne funkcije

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Kvadratna funkcija, kvadratna enačba

- $f(x) = ax^2 + bx + c$

Tem: $T(p, q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$

- $ax^2 + bx + c = 0$

Ničli: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$

- $\log_a x^n = n \log_a x$

- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$

- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

7. Zaporedja

- **Aritmetično zaporedje:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$

- **Geometrijsko zaporedje:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

- **Navadno obrestovanje:** $G_n = G_0 + o$, $o = \frac{G_0 n \cdot p}{100}$

- **Obrestno obrestovanje:** $G_n = G_0 r^n$, $r = 1 + \frac{p}{100}$

8. Obdelava podatkov (statistika)

- **Srednja vrednost (aritmetična sredina):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$

6.3 ZGLEDI IZPITNIH NALOG

Pojasnilo: točka, označena z (*), je postopkovna točka. Kandidat jo dobi, če je napisal (uporabil) pravilni postopek, a zaradi napake ali napačnih podatkov rezultat ni pravilen.

1. ŠTEVILSKE MNOŽICE

1. Poenostavite izraz:

$$\left(a - \frac{3a + 1}{4}\right) \cdot \frac{8}{a^2 - 1}$$

(4 točke)

Rešitev in vrednotenje:

Poenostavitev izraza v oklepaju: $\frac{a-1}{4}$ (1* + 1) 2 točki

Razstavljeni izraz: $a^2 - 1 = (a-1)(a+1)$ 1 točka

Rešitev: $\frac{2}{a+1}$ 1 točka

2. Dana so naravna števila 75, 1024, 1782, 3240, 5052. Poiščite največji skupni delitelj tistih dveh števil, ki sta deljivi s 5.

(4 točke)

Rešitev in vrednotenje:

Ugotovitev, da sta s številom 5 deljivi števili 75 in 3240 1 točka

Zapis števil v obliki produkta potenc s praštevilskimi osnovami:

$75 = 3 \cdot 5^2$, $3240 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5$ (1 + 1*) 2 točki

Rešitev: $D(75, 3240) = 15$ 1 točka

3. Začetna cena avtomobila se je najprej zvišala za 20 %. Nato so ga pocenili za 25 %. Izračunajte začetno ceno avtomobila, če je njegova končna cena 18090 evrov.

(4 točke)

Rešitev in vrednotenje:

Zapis enačbe: $x \cdot 1,20 \cdot 0,75 = 18090$ evrov (1* + 1 + 1) 3 točke

Rešitev: $x = 20100$ evrov 1 točka

2. GEOMETRIJA

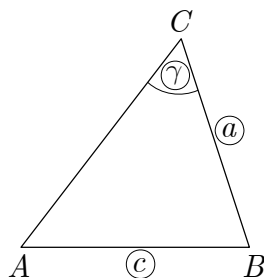
2.1 Geometrija v ravnini

1. Načrtajte in označite trikotnik ABC s podatki: $a = 5$ cm, $c = 8$ cm in $\gamma = 60^\circ$.
Narišite tudi skico.

(4 točke)

Rešitev in vrednotenje:

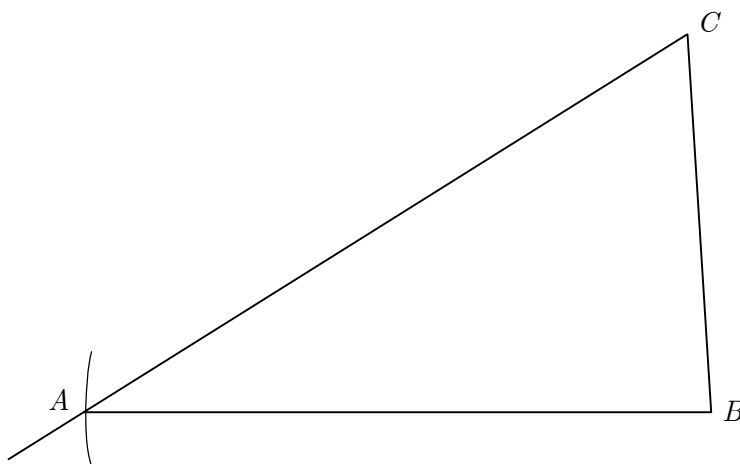
Skica 1 točka



Načrtana stranica a in kot γ 1 točka

Načrtan trikotnik z določenim ogliščem A , viden krožni lok 1 točka

Označen trikotnik ABC 1 točka



Toleranca: za dolžine ± 2 mm in za kote $\pm 2^\circ$.

2. V enakokrakem trikotniku meri krak $6,5$ cm, višina na osnovnico pa $5,2$ cm. Izračunajte ploščino trikotnika.

(4 točke)

Rešitev in vrednotenje:

Uporaba Pitagorovega izreka, npr.: $\left(\frac{c}{2}\right)^2 = 6,5^2 - 5,2^2$ 1 točka

Izračunana osnovnica, npr.: $c = 7,8$ cm 1 točka

Uporaba formule za ploščino trikotnika, npr.: $S = \frac{7,8 \cdot 5,2}{2}$ 1 točka

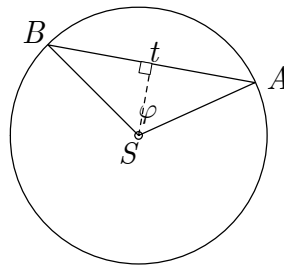
Rešitev: $S = 20,28$ cm² 1 točka

3. Izračunajte dolžino tetive, ki pripada središčnemu kotu 120° v krogu s polmerom 6 cm. Narišite skico.

(4 točke)

Rešitev in vrednotenje:

Skica 1 točka



1. način:

Upoštevan kosinusni izrek, npr.:

$$|AB|^2 = |AS|^2 + |BS|^2 - 2 \cdot |AS| \cdot |BS| \cdot \cos \varphi \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$\text{Rešitev: } |AB| = 6\sqrt{3} \text{ cm ali } t \doteq 10,4 \text{ cm (10,39 cm)} \dots\dots\dots (1^* + 1) 2 \text{ točki}$$

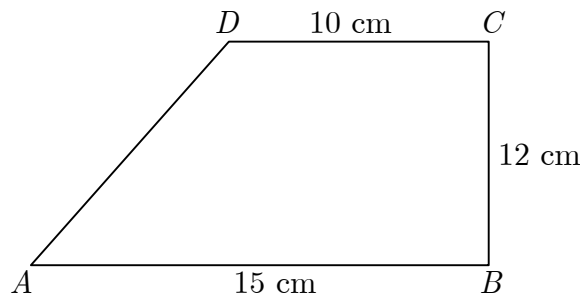
2. način:

$$\frac{t}{2} = |AS| \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$\text{Rešitev: } t = 6\sqrt{3} \text{ cm ali } t \doteq 10,4 \text{ cm (10,39 cm)} \dots\dots\dots (1^* + 1) 2 \text{ točki}$$

2.2 Ploščine

1. Izračunajte obseg in ploščino lika na skici:



(5 točk)

Rešitev in vrednotenje:

$$\text{Ploščina trapeza: } S = 150 \text{ m}^2 \dots\dots\dots (1^* + 1) 2 \text{ točki}$$

$$\text{Izračunana stranica: } |AD| = 13 \text{ m} \dots\dots\dots (1^* + 1) 2 \text{ točki}$$

$$\text{Izračunan obseg trapeza: } o = 50 \text{ m} \dots\dots\dots 1^* \text{ točka}$$

2.3 Površine in prostornine

1. List papirja ima obliko pravokotnika s stranicama 15 cm in 10 cm.

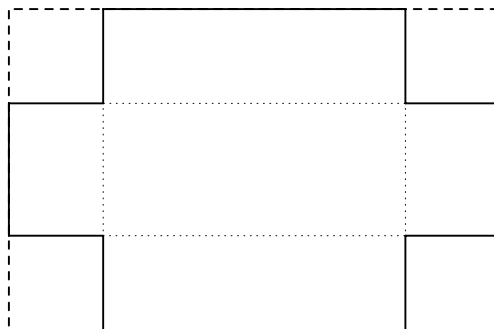
(Skupaj 15 točk)

a) Ta list papirja zvijemo v plašč valja tako, da je krajša stranica pravokotnika višina valja. Izračunajte prostornino valja na cm^3 natančno.

(5 točk)

b) Na vogalih pravokotnika smo izrezali kvadrate s stranico 3 cm, kakor kaže skica. Dobili smo mrežo škatle brez pokrova. Določite robove škatle in izračunajte njeno prostornino.

(5 točk)



c) Izračunajte, koliko odstotkov površine škatle predstavlja ploščina dna škatle.

(5 točk)

Rešitev in vrednotenje:

a) 5 točk

Izračunan polmer osnovne ploskve valja: $r \doteq 2,387 \text{ cm}$ (1* + 1) 2 točki

Izračunana prostornina valja, npr.: $V \doteq 179,047 \text{ cm}^3$ (1* + 1) 2 točki

Zaokrožen rezultat: $V \doteq 179 \text{ cm}^3$ 1 točka

b) 5 točk

Določeni robovi škatle: 9 cm, 4 cm in 3 cm, vsak 1 točka, skupaj 3 točke

Izračunana prostornina: $V = 108 \text{ cm}^3$ (1* + 1) 2 točki

c) 5 točk

Površina škatle: $P = 114 \text{ cm}^2$ (1* + 1) 2 točki

Dno škatle: $S = 36 \text{ cm}^2$ 1 točka

Odstotek: $p \doteq 32 \%$ (31,6 % ali 31,57 %) (1* + 1) 2 točki

2. Sod v obliki pokončnega valja s prostornino 500 litrov je do polovice napolnjen z nafto. V pokončnem položaju soda je nivo nafte 0,6 m nad osnovno ploskvijo.

(15 točk)

a) Narišite skico in izračunajte polmer osnovne ploskve soda.

(8 točk)

b) Kako visoko nad tlemi je gladina nafte, ko sod položimo v ležeči položaj na vodoravni površini?

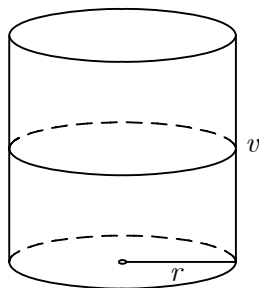
(2 točki)

c) Koliko dm^2 pločevine potrebujemo za izdelavo takšnega soda?

(5 točk)

Rešitev in vrednotenje:

a) 8 točk



- Skica 1 točka
- Pretvorba prostornine, npr.: $V = 500000 \text{ cm}^3$ 1 točka
- Pretvorba in izračun višine, npr.: $v = 120 \text{ cm}$ (1* + 1) 2 točki
- Uporaba formule, npr.: $V = \pi r^2 \cdot v$ 1 točka
- Računanje polmera (1*+1) 2 točki
- Rešitev: $r = 36,4 \text{ cm}$ 1 točka
- b) 2 točki
- Rezultat: $d = r = 36,4 \text{ cm}$ 1 točka
- Odgovor: Če sod položimo v ležeči položaj na vodoravni površini,
je gladina nafte 36,4 cm nad tlemi. 1 točka
- c) 5 točk
- Uporaba formule in vstavljeni podatki za površino soda:
- $P = 2 \cdot \pi \cdot 36,4^2 + 120 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 36,4$ (1* + 1) 2 točki
- Rezultat: $P = 35778 \text{ cm}^2$ 1 točka
- Pretvorba: $P = 358 \text{ dm}^2$ 1 točka
- Odgovor: Za izdelavo takšnega soda potrebujemo 358 dm² pločevine 1 točka
- Opomba: Upoštevajo se vsi rezultati, dobljeni s pravilnim zaokroževanjem.**

3. ALGEBRSKE FUNKCIJE IN ENAČBE**3.1 Linearna funkcija**

1. Rešite sistem enačb: $\frac{x}{3} + 2y = 4$

$$\frac{x}{2} + y = 2$$

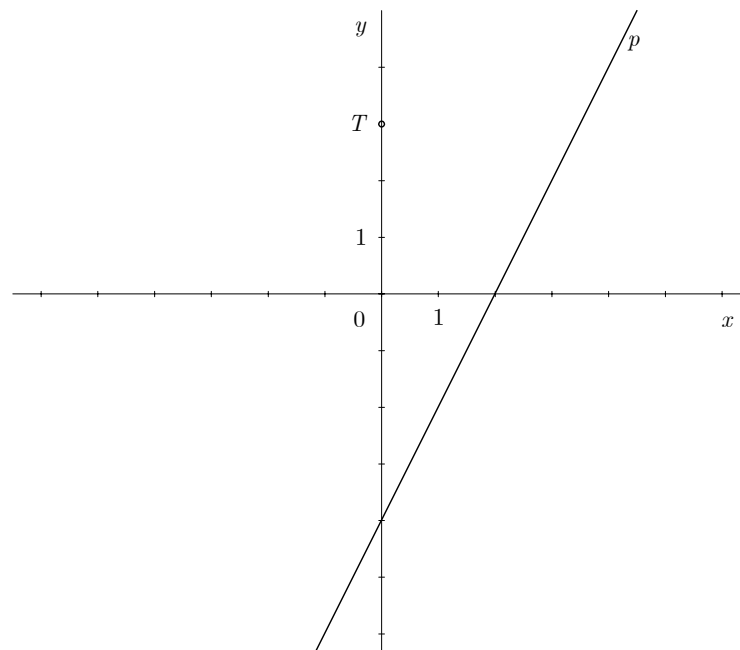
(4 točke)

Rešitev in vrednotenje:

- Postopek reševanja 2* točki
- Rešitev: $x = 0, y = 2$ (1 + 1) 2 točki

2. Zapišite enačbo premice, ki je vzporedna premici p in poteka skozi točko T .

(4 točke)



Rešitev in vrednotenje:

- Zapis točke: $T(0, 3)$ 1 točka
- Smerni koeficient: $k = 2$ 1 točka
- Uporaba enačbe premice, npr.: $y - y_0 = k(x - x_0)$ 1 točka
- Rešitev: $y = 2x + 3$ 1 točka

3. Skozi izhodišče koordinatnega sistema potekata dve premici. Prva gre skozi točko $A(3, 3)$, druga skozi točko $B(6, 3)$.

(Skupaj 15 točk)

a) Obe premici narišite in napišite njuni enačbi.

(6 točk)

b) Kot med premicama izračunajte na minuto natančno.

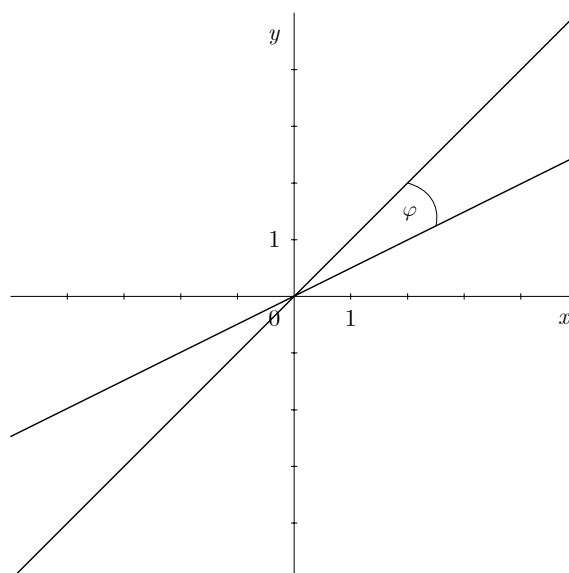
(6 točk)

c) Izhodišče koordinatnega sistema ter točki A in B določajo trikotnik OAB .
Izračunajte ploščino tega trikotnika.

(3 točke)

Rešitev in vrednotenje:

- a) 6 točk
- Narisani premici (1 + 1) 2 točki



Enačba prve premice: $y = x$ 2 točki

Enačba druge premice: $y = \frac{1}{2}x$ 2 točki

b) 6 točk

1. način:

Naklonski kot prve premice: $\alpha_1 = 45^\circ$ 2 točki

Naklonski kot druge premice: $\alpha_2 = 26^\circ 34'$ 2 točki

Vmesni kot: $\varphi = \alpha_2 - \alpha_1 \doteq 18^\circ 26'$ 2 točki

2. način:

Smerna koeficienta premic: $k_1 = 1, k_2 = \frac{1}{2}$ (1 + 1) 2 točki

Uporaba ustrezne formule 1 točka

Izračun vmesnega kota, npr. $\varphi \doteq 18^\circ 26'$: (1* + 2) 3 točke

c) 3 točke

Ploščina trikotnika OAB : $S = \frac{9}{2} (4, 5)$ (1* + 2) 3 točke

3.2 Kvadratna funkcija

1. Dana je funkcija $f(x) = -x^2 + 2x + 8$. Določite teme in presečišča grafa funkcije s koordinatnima osema.

(5 točk)

Rešitev in vrednotenje:

Določitev temena

Teme, npr.: $T(1, 9)$ ali $p = 1, q = 9$ (1* + 1) 2 točki

Presečišči s koordinatnima osema

Presečišče z ordinatno osjo: $f(0) = 8$ ali $N(0, 8)$ 1 točka

Niçli oz. presečišči z abscisno osjo po formuli ali z razstavljanjem

$x_1 = 4, x_2 = -2$ ali $A(-2, 0), B(4, 0)$ 2 točki

2. Dani sta funkciji $f(x) = -x^2 - x + 6$ in $g(x) = x + 3$.

(Skupaj 15 točk)

a) Narišite oba grafa v istem koordinatnem sistemu.

(7 točk)

b) Izračunajte koordinate presečišč obeh grafov.

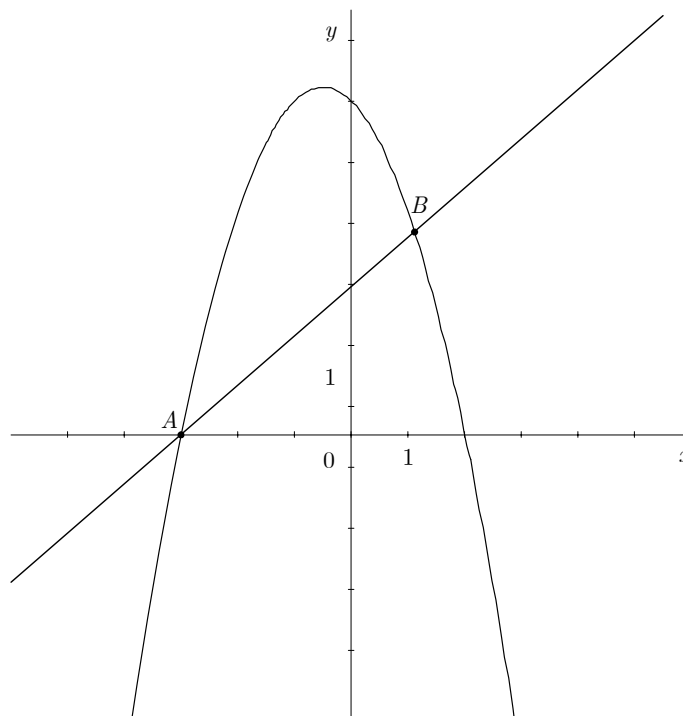
(5 točk)

c) Izračunajte razdaljo med presečiščema. Rezultat delno korenite.

(3 točke)

Rešitev in vrednotenje:

a) 7 točk



Narisana premica 1 točka

Narisana parabola 6 točk

Od tega:

ničli: $x_1 = -3, x_2 = 2$ 1 točka

teme: $T\left(-\frac{1}{2}, 6\frac{1}{4}\right)$ 2 točki

Presečišče parabole in ordinatne osi: $N(0, 6)$ 1 točka

Pravilna parabola 2 točki

b) 5 točk

Nastavljena enačba, npr.: $-x^2 - x + 6 = x + 3$ 1 točka

Urejena enačba, npr.: $x^2 + 2x - 3 = 0$ 1 točka

Rešitvi enačbe: $x_1 = -3, x_2 = 1$ (1* + 1) 2 točki

Izračunani ordinati: $y_1 = 0, y_2 = 4$ 1 točka

c) 3 točke

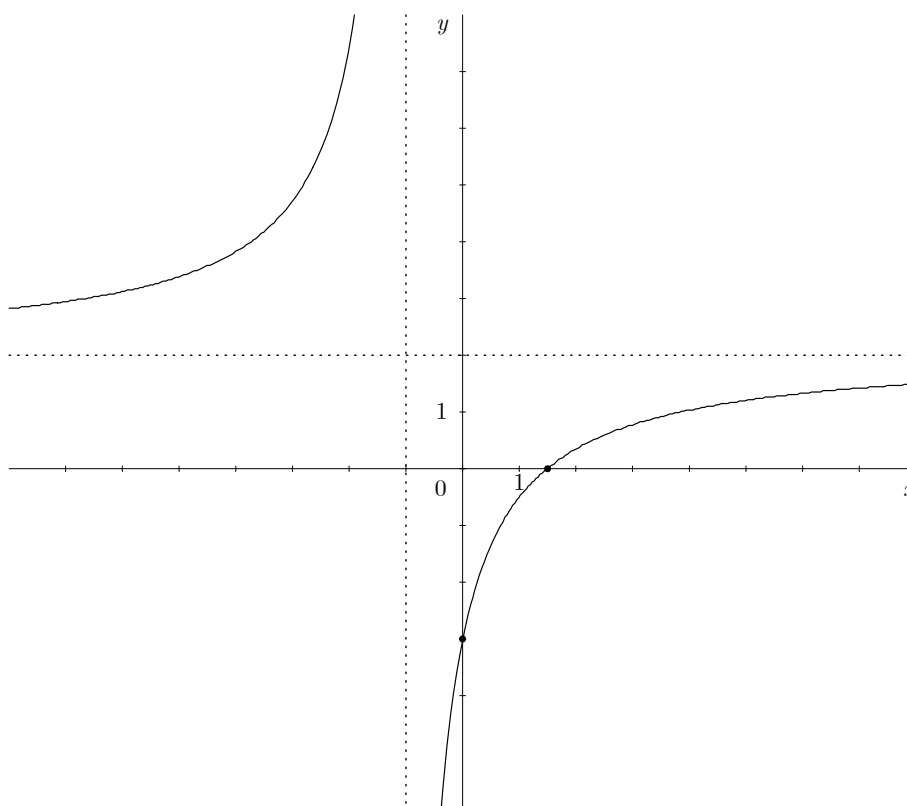
Izračunana razdalja: $\sqrt{32}$ (1* + 1) 2 točki

Rešitev: $4\sqrt{2}$ 1 točka

3.3 Potenčna funkcija, polinom in racionalna funkcija

1. Na sliki je graf funkcije. Zapišite enačbo vodoravne asimptote, pol in ničlo te funkcije. Ugotovite in zapišite interval, na katerem ima funkcija negativno vrednost.

(5 točk)



Rešitev in vrednotenje:

Vodoravna asimptota: $y = 2$ 1 točka

Pol: $x = -1$ 1 točka

Ničla: $x = \frac{3}{2}$ 1 točka

Funkcija ima negativno vrednost na intervalu $\left(-1, \frac{3}{2}\right)$

ali za $-1 < x < \frac{3}{2}$ (1 + 1) 2 točki

2. Dan je polinom $p(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2(x+2)$.

(15 točk)

- a) Določite vse ničle polinoma in skicirajte njegov graf v dani koordinatni sistem.

(8 točk)

- b) Zapišite koeficiente polinoma.

(4 točke)

- c) Zapišite interval, na katerem ima polinom negativno vrednost.

(3 točke)

Rešitev in vrednotenje:

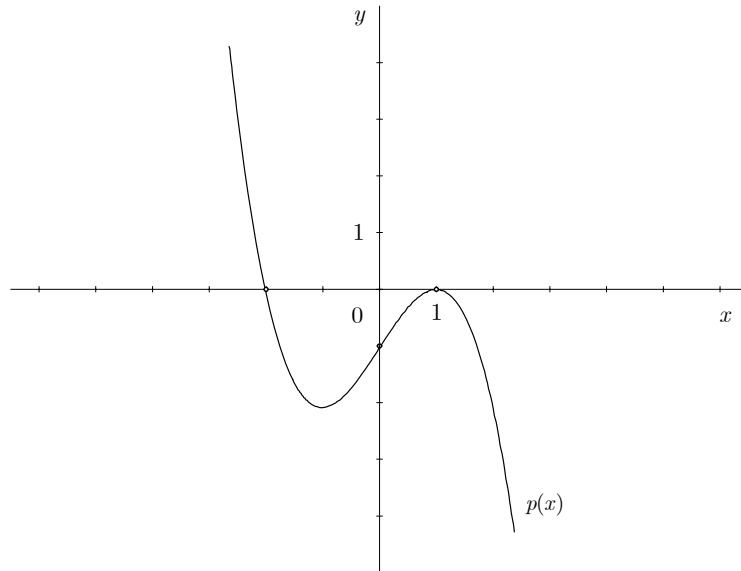
a) 8 točk

Zapis ničel: $x_{1,2} = 1, x_3 = -2$ (1 + 1) 2 točki

Izračun: $p(0) = -1$ 1 točka

Skica grafa 5 točk

Opomba: Kandidat dobi 3 točke, če poteka graf skozi točke $(1, 0)$, $(-2, 0)$ in $(0, -1)$, in 2 točki za pravilno obliko.



b) 4 točke

Zapis koeficientov:

$a_3 = -\frac{1}{2}, a_2 = 0, a_1 = \frac{3}{2}, a_0 = -1$ (1 + 1 + 1 + 1) 4 točke

Opomba: Kandidat dobi 2 točki, če zapiše le polinom v splošni obliki.

Kandidat dobi 2 točki, če iz napačne splošne oblike pravilno izpiše koeficiente.

c) 3 točke

Rešitev: $(-2, 1) \cup (1, \infty)$ (1 + 1 + 1) 3 točke

Opomba: Kandidat dobi 2 točki, če šteje -2 ali 1 k rešitvi.

3. Dana je funkcija $f(x) = \frac{2x + 2}{x - 1}$.

(Skupaj 15 točk)

a) Določite ničlo, pol, vodoravno asimptoto in presečišče z ordinatno osjo.

(4 točke)

b) Narišite graf funkcije ter napišite definicijsko območje in zalogo vrednosti dane funkcije.

(7 točk)

c) Izračunajte presečišče grafa funkcije $f(x)$ s premico $y = 1$.

(4 točke)

Rešitev in vrednotenje:

a) 4 točke

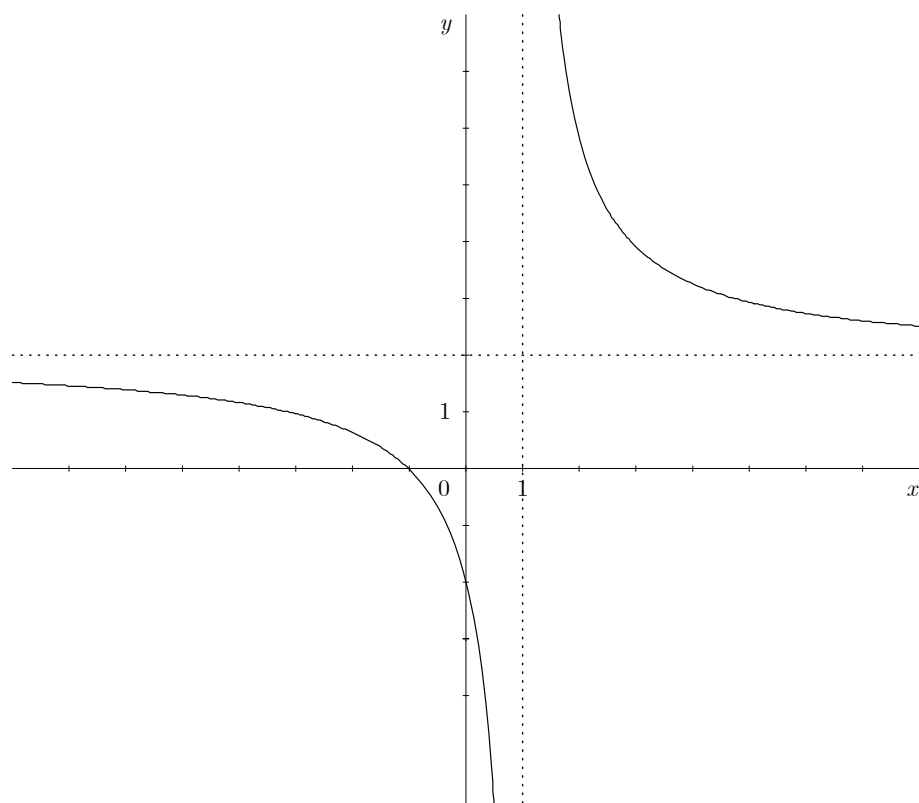
Ničla: $x_1 = -1$ 1 točka

Pol: $x_2 = 1$ 1 točka

Vodoravna asimptota: $y = 2$ 1 točka

Presečišče z ordinatno osjo: $f(0) = -2$ ali $N(0, -2)$ 1 točka

b) 7 točk



Graf poteka skozi točki $M(-1, 0)$ in $N(0, -2)$

- (presečišči grafa s koordinatnima osema) 2 točki
- Narisani obe asimptoti 1 točka
- Vsaka veja grafa 1 točka, skupaj 2 točki
- Definicijsko območje: množica realnih števil razen 1 ali simbolni zapis,
npr.: $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ 1 točka
- Zaloga vrednosti: množica realnih števil brez 2 ali simbolni zapis,
npr.: $Z_f = \mathbb{R} - \{2\}$ 1 točka

c) 4 točke

- Nastavljena enačba, npr.: $\frac{2x+2}{x-1} = 1$ 1 točka
- Rešitev enačbe: $x = -3$ (1* + 1) 2 točki
- Napisano presečišče: $P(-3, 1)$ 1 točka

4. TRANSCENDENTNE FUNKCIJE IN ENAČBE

4.1 Eksponentna in logaritemska funkcija

1. Rešite enačbo:

$$\log(x-1) + \log(x+2) = 2 \log x.$$

(5 točk)

Rešitev in vrednotenje:

Upoštevanje lastnosti logaritma:

$$\log(x-1)(x+2) = \log x^2 \dots\dots\dots (1+1) 2 \text{ točki}$$

$$(x-1)(x+2) = x^2 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$\text{Preoblikovanje enačbe in rešitev: } x = 2 \dots\dots\dots (1^* + 1) 2 \text{ točki}$$

2. Rešite enačbi: a) $3^{2x-5} = 27$ b) $\log_2\left(\frac{1}{4}\right) = x$

(5 točk)

Rešitev in vrednotenje:

a) Postopek, npr.: $3^{2x-5} = 3^3 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$

Nastavitev enačbe, npr.: $2x - 5 = 3 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$

Rešitev: $x = 4 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$

b) Postopek, npr.: $2^x = \frac{1}{4} \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$

Rešitev: $x = -2 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$

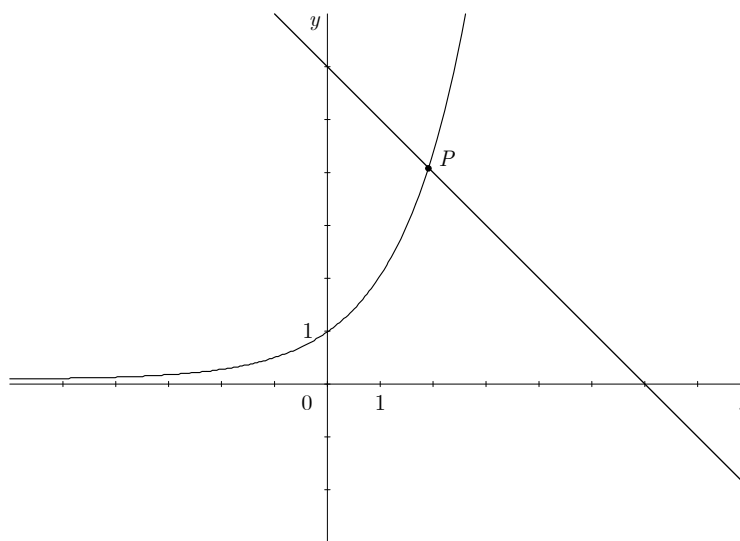
3. Dani sta funkciji $f(x) = 2^x$ in $g(x) = -x + 6$. Narišite grafa obeh funkcij v isti koordinatni sistem. S slike odčitajte koordinati presečišča. Rešitev preverite z računom.

(5 točk)

Rešitev in vrednotenje:

Narisan graf eksponentne funkcije $f(x) = 2^x \dots\dots\dots 2 \text{ točki}$

Narisana premica $g(x) = -x + 6 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$



Določeno presečišče: $P(2, 4) \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$

Račun, npr.: $f(2) = 2^2 = 4$ in $g(2) = -2 + 6 = 4 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$

4.2 Kotne funkcije

1. Povežite dva izraza tako, da bosta imela enako vrednost za poljuben x .

$\sin(-x)$	$\sin x$
$\cos(x + 360^\circ)$	$\sin^2 x$
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$	$-\sin x$
$\cos(x - \pi)$	$-\cos x$
$1 - \cos^2 x$	$\cos x$

(5 točk)

Rešitev in vrednotenje:

Povezava: $\sin(-x) = -\sin x$ 1 točka

Povezava: $\cos(x + 360^\circ) = \cos x$ 1 točka

Povezava: $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ 1 točka


Povezava: $\cos(x - \pi) = -\cos x$ 1 točka



Povezava: $1 - \cos^2 x = \sin^2 x$ 1 točka

5. ZAPOREDJA

1. Miha je oblikoval kupe kamenčkov. Prve tri kupe kaže slika. Koliko kamenčkov bi potreboval za 13. kup, ki bi s predhodnimi 12 kupi tvoril aritmetično zaporedje?

(5 točk)

1. kup 

2. kup 


3. kup 


Rešitev in vrednotenje:

Zapis prvih treh členov: $a_1 = 2, a_2 = 6, a_3 = 10$ 1 točka

Izračun: $d = 4$ 1 točka

Uporaba formule: $a_{13} = a_1 + (13 - 1) \cdot d$ 1 točka

Rezultat: $a_{13} = 50$ 1 točka

Odgovor: Za 13. kup bi potrebovali 50 kamenčkov. 1 točka

2. Dano je aritmetično zaporedje z razliko -3 . Peti člen tega zaporedja je enak sedmini prvega člena. Izračunajte šesti člen tega zaporedja.

(5 točk)

Rešitev in vrednotenje:

- Upoštevanje zapisa splošnega člena aritmetičnega zaporedja 1 točka
 Upoštevanje odnosa med 1. in 5. členom, npr.: $a_5 = \frac{a_1}{7}$ 1 točka
 Zapis enačbe, npr.: $a_1 - 12 = \frac{a_1}{7}$ 1 točka
 Rešitev: $a_1 = 14$ 1 točka
 Izračun: $a_6 = -1$ 1 točka

3. Leta 1998 sta tovarni A in B izdelali enako število izdelkov, in sicer vsaka 120000. Potem je tovarna A vsako leto povečala število izdelkov za 10 %, tovarna B pa vsako leto za 12000 izdelkov.

(Skupaj 15 točk)

- a) Koliko izdelkov bodo ob takšnem naraščanju proizvodnje izdelali v tovarnah A in B leta 2002?

(5 točk)

- b) Za koliko odstotkov je bila proizvodnja leta 2001 v tovarni A večja od proizvodnje v tovarni B ?

(6 točk)

- c) Koliko izdelkov je izdelala tovarna A od vključno leta 1998 do vključno leta 2001?

(4 točke)

Rešitev in vrednotenje:

- a) 5 točk

- Nastavitev, npr.: $A_{2002} = A_{1998} \cdot 1,1^4$ 2 točki
 Izračun (ali odgovor): $A_{2002} = 175692$ 1 točka
 Nastavitev, npr.: $B_{2002} = 120000 + 4 \cdot 12000$ 1 točka
 Izračun (ali odgovor) $B_{2002} = 168000$ 1 točka

- b) 6 točk

- Nastavitev in izračun, npr.: $A_{2001} = 120000 \cdot 1,1^3 = 159720$ (1* + 1) 2 točki
 Nastavitev in izračun, npr.: $B_{2001} = 120000 + 3 \cdot 12000 = 156000$ 1 točka
 Nastavitev in izračun iskanega odstotka, npr.: $p = \frac{A_{2001}}{B_{2001}} (\doteq 1,0238 \dots)$ (1* + 1) 2 točki
 Odgovor: Za približno 2 % (ali 2,4 % ali 2,38 %) 1 točka

- c) 4 točke

1. način:

- Nastavitev, npr.: $\Sigma A_{1998-2001} = \frac{120000 \cdot (1,1^4 - 1)}{1,1 - 1}$ (2* + 1) 3 točke
 Rešitev: $\Sigma A_{1998-2001} = 556920$ 1 točka

2. način:

- Izračunano število izdelkov v posameznih letih, npr.:
 120000, 132000, 145200 in 159720 (2* + 1) 3 točke
 Vsota ali odgovor: 556920 1 točka

6. OBDELAVA PODATKOV (STATISTIKA)

1. V oddelku na šoli so merili višino deklet in fantov. Rezultate meritev so zapisali v preglednico:

Višina v cm	Spol
162	Ž
163	Ž
164	Ž
165	Ž
165	Ž
167	M
169	Ž
170	M
171	M
171	M
172	Ž
175	M
176	M
178	M
178	M
179	Ž
180	M
180	M
181	M
185	M

(15 točk)

a) Dopolnite preglednico in narišite histogram z naslednjimi 5 razredi.

Razred	Višina v cm	Število dijakov
1	Nad 160 do vključno 165	
2	Nad 165 do vključno 170	
3	Nad 170 do vključno 175	
4	Nad 175 do vključno 180	
5	Nad 180 do vključno 185	

(7 točk)

b) Za koliko cm se povprečna višina fantov razlikuje od povprečne višine deklet?

(6 točk)

c) Koliko deklet je nižjih od povprečne višine deklet v oddelku?

(2 točki)

Rešitev in vrednotenje:

a) 7 točk

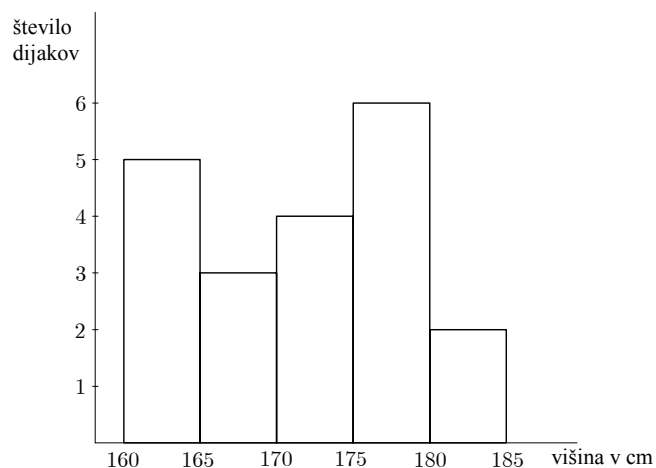
Dopolnjena preglednica: 5, 3, 4, 6, 2 2 točki

Vsaj tri pravilne vrednosti 1 točka.

Histogram

Označeni osi 2 točki

Narisan histogram 3 točke



b) 6 točk

Izračun: $M = \frac{1339}{8} = 167,375$ cm 2 točki

Izračun: $M_M = \frac{2112}{12} = 176$ cm 2 točki

Izračun razlike: $R = M_M - M = 8,625$ cm 1 točka

Odgovor: V povprečju je višina fantov za 8,625 cm višja od povprečne višine deklet. 1 točka

Opomba: Kandidat dobi vse točke, če je rezultate pravilno zaokrožil.

c) 2 točki

V oddelku je 5 deklet nižjih od povprečne višine deklet v oddelku 2 točki

6.4 NAVODILA ZA OCENJEVANJE NALOG PISNEGA DELA IZPITA

V teh navodilih želimo dati nekaj napotkov za točkovanje nalog pisnega izpita iz matematike pri poklicni maturi. Gre za splošna navodila, ki niso vezana na posamezno nalogo ali v nalogah zajeto snov, v danem točkovniku pa tudi ni posebnih zahtev v zvezi z nastalim problemom.

Navodila so namenjena ocenjevalcem in kandidatom.

1. Osnovno pravilo

Kandidat, ki je prišel po kateri koli pravilni metodi do pravilne rešitve (četudi točkovnik take metode ne predvideva), dobi vse možne točke.

Za pravilno metodo se upošteva vsak postopek, ki:

- smiselno upošteva besedilo naloge,
- vodi k rešitvi problema,
- je matematično pravilen in popoln.

Osnovno pravilo ne velja pri nalogah, pri katerih je metoda reševanja predpisana, npr. »rešite grafično«. V tem primeru se drugačna metoda šteje za napako oziroma nepopolno rešitev.

2. Pravilnost rezultata in postopka

- a) Pri nalogah z navodilom »Izračunajte natančno« ali »Rezultat naj bo točen« morajo biti števila zapisana natančno, torej v analitični obliki, npr. π , e , $\ln 2$, $\sqrt[3]{5}$... Natančno morajo biti zapisani tudi vsi vmesni rezultati. Končni rezultati morajo biti primerno poenostavljeni: ulomki in ulomljeni izrazi okrajšani, koreni delno korenjeni, istovrstni členi sešteti ...
- b) Pri nalogah, ki predpisujejo natančnost (npr. »Izračunajte na dve decimalni mesti«), mora biti končni rezultat naveden s predpisano natančnostjo in ustrezno zaokrožen. Zapis \doteq (je približno) je obvezen. Vmesni rezultati morajo biti računani natančneje (če gre), sicer se lahko zgodi, da končni rezultat ni dovolj natančen.
- c) Nekatere naloge se dajo reševati računsko in grafično. Ker grafični način ni natančen, ga praviloma ne uporabljamo. Za pravičnega se upošteva le pri nalogah, pri katerih je to izrecno predpisano. Tudi kadar se da preprost rezultat odčitati z grafa, se mora njegova pravilnost potrditi še računsko.
- d) Če je besedilo naloge oblikovano kot vprašanje (na koncu je »?«), se zahteva odgovor s celo povedjo.
- e) Če je kandidat pri reševanju postopek ali njegov del prečrtal, tega ne točkujemo.
- f) Če nastopajo pri podatkih merske enote, npr. cm, kg, EUR ..., morajo biti tudi končni rezultati opremljeni z ustreznimi enotami. Uporaba predpisane enote je obvezna le, če je izrecno zahtevana, sicer pa se uporabi poljubna smiselna enota. Če kandidat pri takšni nalogi ne zapiše enote, ne dobi točke, ki je predvidena za rezultat. Vmesni rezultati so lahko brez enot.
- g) Kote v geometrijski nalogi (kot med premicama, kot v trikotniku ...) izrazimo praviloma v stopinjah in stotinkah stopinje ali pa v stopinjah in minutah.

3. Grafi funkcij

Če je koordinatni sistem že dan, ga upoštevamo – ne spreminjamo enot in ne premikamo osi. Če ga rišemo sami, obvezno označimo osi in enoto na vsaki od njiju. Navadno na obeh oseh izberemo enako veliko enoto.

Koordinatni sistem določa meje risanja grafov. Graf mora biti obvezno narisano do konca koordinatnega sistema (če je funkcija do tam definirana).

Ekstremne točke morajo biti upoštevane pri funkcijah sinus in kosinus.

Graf mora ustrezati dani funkciji tudi estetsko: pravilni loki, upoštevanje konveksnosti oziroma konkavnosti, obnašanje v okolici značilnih točk (ničle, poli, presečišča s koordinatnima osema ...).

4. Skice

Na skici morajo biti označene vse količine, ki v nalogi nastopajo kot podatki, vmesni ali končni rezultati. Pri geometrijskih likih in telesih se je treba držati splošnih dogovorov o označevanju stranic, oglišč in robov. Ta pravila navajajo učbeniki.

Skica mora ustrezati glavnim lastnostim lika ali telesa, ki ga predstavlja. Oznake izračunanih količin se morajo ujemati z oznakami na skici.

5. Konstrukcijske naloge

Konstrukcijske naloge se rešujejo s šestilom in ravnilom.

Vedno je treba konstruirati vse (neskladne) rešitve, ki jih določajo podatki. Pri teh nalogah se najprej nariše skica. Oznake na skici se morajo ujemati z oznakami na sliki. Če lega lika ni določena, se lahko konstrukcija začne iz poljubne začetne točke v poljubni smeri, paziti je treba le, da pride na izpitno polo celotna konstrukcija.

Pri zahtevnejši konstrukciji mora biti potek opisan z besedami.

6. Spodrsaljaji, napake in grobe napake (navodila za ocenjevalce)

Spodrsaljaj je nepravilnost zaradi nezbranosti, npr. pri prepisovanju podatkov ali vmesnih rezultatov.

Napaka je napačen rezultat računske operacije, npr. $3 \cdot 7 = 18$ (ne pa $2^3 = 6$), ali nenatančnost pri načrtovanju ali risanju grafov funkcij (npr. strmina črte, ukrivljenost ...).

Groba napaka je napaka, nastala zaradi nepoznavanja pravil in zakonov, npr.: $2^3 = 6$, $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5}{8}$,

$\log x + \log 3 = \log(x + 3)$, $\sqrt{16 - x^2} = 4 - x$.

Če je naloga vredna n točk, potem upoštevamo naslednje:

- Pri spodrsaljaju ali napaki odštejemo 1 točko.
- Če je storjena groba napaka na začetku, se naloga ovrednoti z 0 točkami, sicer jo vrednotimo le do grobe napake (če so predvidene delne točke).
- Pri strukturiranih nalogah upoštevamo zgornji pravili za vsak del posebej.

6.5 USTNI DEL IZPITA

Seznam vprašanj in listke za ustni del izpita sestavijo učitelji na šoli na podlagi predmetnega izpitnega kataloga. Na seznamu so ločeno navedene situacije iz stroke ali vsakdanjega življenja in teoretična vprašanja. Na vsakem listku za ustni del izpita je zapisano: 1 situacija iz stroke ali vsakdanjega življenja in 3 teoretična vprašanja, ki izhajajo iz te situacije oziroma se nanjo smiselno navezujejo. Vprašanja naj zajemajo različno matematično vedenje in cilje različnih tematskih sklopov.

■ Vzorca izpitnega listka

1. vzorec izpitnega listka:

Taksist A zaračuna 4 € startnine in 1,50 € za vsak prevožen kilometer, taksist B pa 2 € startnine in 1,75 € za vsak prevožen kilometer.

1. Opišite lastnosti aritmetičnega zaporedja.

Zapišite aritmetično zaporedje, katerega n -ti člen je enak ceni taksista A za n prevoženih kilometrov. Enako za taksista B.

2. Opišite lastnosti linearne funkcije in grafa linearne funkcije.

Zapišite linearno funkcijo, ki predstavlja ponudbo taksista A. Enako za taksista B.

Z uporabo ustreznega tehnološkega pripomočka predstavite grafa teh 2 linearnih funkcij.

3. Opišite, kako rešujemo sistem 2 linearnih enačb za 2 neznanki. Kako lahko geometrijsko razložimo rešitev sistema?

Primerjajte ponudbi obeh taksistov.

2. vzorec izpitnega listka:

Kovinsko kroglico z maso 500 g in polmerom 3 cm zakotalimo po ravni podlagi.

1. Opišite lastnosti kvadratne funkcije in grafa kvadratne funkcije.

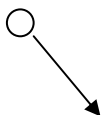
Kinetična energija W_k telesa z maso m in hitrostjo v je dana z enačbo

$$W_k = \frac{1}{2}mv^2.$$

Z uporabo ustreznega tehnološkega pripomočka grafično prikažite spreminjanje kinetične energije kroglice v odvisnosti od njene hitrosti.

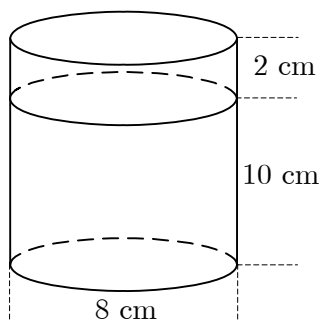
2. Kdaj sta kota: skladna, komplementarna, suplementarna, sosednja, sokota?

Ali bo kroglica po odboju od stene zadela drugo kroglico? Odgovor utemeljite.



3. Kolikšna je prostornina valja in kolikšna prostornina kroglice?

Na sliki je valj, napolnjen z vodo, v katerega spustimo kroglico. Ali bo voda pljusknila čez rob? Odgovor utemeljite.



■ Ocenjevanje pri ustnem izpitu

Kandidat dobi skupaj 30 točk, od tega vsaj 10 točk skupaj za situacijo, za povezovanje teoretičnih vprašanj s situacijo in za ustrezno uporabo tehnoloških pripomočkov.

Pri tem upoštevamo naslednja merila:

- uporaba ustreznega matematičnega jezika pri komuniciranju,
- povezovanje situacij z matematičnimi pojmi, postopki in strategijami,
- izbira in pravilno izvajanje postopkov,
- raven abstraktnosti in sistematičnosti dijakove obravnave, elementi deduktivnega sklepanja,
- ustrezna uporaba tehnoloških pripomočkov,
- utemeljevanje izbire postopkov, strategij reševanja in pravilnosti rešitve.

Kandidati iz programov, sprejetih do vključno leta 2004, lahko pri ustnem izpitu poklicne mature leta 2011 odgovarjajo na 3 vprašanja s seznama vprašanj, ki naj bodo z različnih tematskih področij. Za vsako vprašanje kandidat dobi od 0 do 10 točk. Od tehnoloških pripomočkov je dovoljeno uporabljati zgolj žepno računalno brez grafičnega zaslona in brez možnosti simbolnega računanja.

Pri tem upoštevamo naslednja merila:

- vsebinska pravilnost odgovora,
- uporaba matematičnega jezika,
- utemeljevanje,
- formuliranje ugotovitev,
- komunikacija.

7. PRIPOROČENI VIRI IN LITERATURA

Pri pripravi na poklicno maturo kandidati uporabljajo učbenike in učna sredstva, ki jih je potrdil Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje in jih najdete v **Katalogu učbenikov za srednjo šolo**, objavljenem na spletni strani Zavoda Republike Slovenije za šolstvo www.zrss.si.